

I-SEMESTR (Matematikalıq analiz)

KÓPLIKLER HÁM OLAR ÚSTINDE ÁMELLER

1. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{1, 2, 3, 5, 9, 10, 12\} \quad B = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 11\}$$

2. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{3, 7, 10, 14, 15, 17\} \quad B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$$

3. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 4 \leq a \leq 14, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 10 < b < 19, b \in \mathbb{N}\}$$

4. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 10 \leq a \leq 20, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 3 \leq b \leq 17, b \in \mathbb{N}\}$$

5. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a, b, c, d, e\} \quad B = \{c, d, e, f, k\}$$

6. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a, b, f, k, l, m, n\} \quad B = \{a, c, d, e, f, k\}$$

7. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid |a| < 4, a \in \mathbb{R}\} = \{a \mid -4 < a < 4, a \in \mathbb{R}\} \quad B = \{b \mid |b| \leq 2, b \in \mathbb{R}\} = \{b \mid -2 \leq b \leq 2, b \in \mathbb{R}\}$$

8. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid |a| < 6, a \in \mathbb{R}\} = \{a \mid -6 < a < 6, a \in \mathbb{R}\} \quad B = \{b \mid |b| \leq 4, b \in \mathbb{R}\} = \{b \mid -4 \leq b \leq 4, b \in \mathbb{R}\}$$

9. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 17 \leq a \leq 23, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 8 \leq b \leq 21, b \in \mathbb{N}\}$$

10. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 7 \leq a \leq 14, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 9 < b < 19, b \in \mathbb{N}\}$$

11. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid a \leq 20, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 18 \leq b \leq 27, b \in \mathbb{N}\}$$

12. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid a \leq 14, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 10 \leq b \leq 22, b \in \mathbb{N}\}$$

13. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 1 < a < 5, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 3 < b < 10, b \in \mathbb{N}\}$$

14. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 4 < a < 9, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 5 < b < 13, b \in \mathbb{N}\}$$

15. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

16. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{0, 2, 3, 5, 6\} \quad B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

17. A hám B kópliklerdín $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \left\{ x \mid -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{7}{4} \right\} \quad B = \left\{ y \mid -\frac{1}{4} \leq y \leq 2 \right\}$$

18. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \left\{ x \mid -\frac{2}{5} \leq x \leq \frac{3}{7} \right\} \quad B = \left\{ y \mid -\frac{1}{5} \leq y \leq 1 \right\}$$

19. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 1 \leq a \leq 11, a \in \mathbb{N}\} \quad B = \{b \mid 6 < b < 20, b \in \mathbb{N}\}$$

20. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 9 \leq a \leq 17, a \in \mathbb{N}\} \quad B = \{b \mid 12 < b < 21, b \in \mathbb{N}\}$$

21. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + x - 20 = 0\} \quad \text{и} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 7x + 12 = 0\}$$

22. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{x \in \mathbb{R} : -2 \leq x \leq 3\} \quad \text{и} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : 1 \leq x \leq 4\}$$

23. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{x \in \mathbb{N} : x^2 - 4x \leq 0\} \quad \text{и} \quad B = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 - x - 6 \leq 0\}$$

24. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 1 \leq a \leq 20, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid -3 \leq b \leq 17, b \in \mathbb{N}\}$$

25. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid 19 \leq a \leq 20, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 15 \leq b \leq 17, b \in \mathbb{N}\}$$

26. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid -1 \leq a \leq 10, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 3 \leq b \leq 17, b \in \mathbb{N}\}$$

27. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid -10 \leq a \leq 5, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid -3 \leq b \leq 10, b \in \mathbb{N}\}$$

28. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid a \leq 10, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 3 \leq b \leq 12, b \in \mathbb{N}\}$$

29. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid a \leq 5, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid b \leq 2, b \in \mathbb{N}\}$$

30. A hám B kópliklerdiń $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B$ tabıń.

$$A = \{a \mid a \geq 10, a \in \mathbb{N}\}, B = \{b \mid 0 \leq b \leq 5, b \in \mathbb{N}\}$$

HAQIQIY SANLAR KÓPLIGI

Absolyut mánis qásiyetinen paydalanıp tómendegi teńlemeneni sheshiń.

1. $|x + 2| = 6;$

2. $|\sin x + \sin 2x| = 2;$

3. $|x + 1| + |x + 3| = 8;$

4. $|x^2 + 3x - 2| + x = 3.$

S. Kalbaev

Tómenдеgi teńsizlikti sheshiń.

5. $|x - 1| \leq 3$;

6. $|x + 3| + |x + 4| \leq 10$;

7. $|x + 2| > 1$;

8. $|\sin 2x| \geq 1$.

Teńsizlikti dálilleń.

9. $||x| - |y|| \leq |x - y|$;

10. $|x| - |y| \leq |x + y|$.

11. $|x + y| \leq |x| + |y|$

12. $|x| - |y| \leq |x - y|$

Teńsizlikti sheshiń.

13. $|x - 7| < 1$

14. $|x - 15| \geq 5$

15. $|5x - 2| < 8$

16. $|5x + 3| < 7$

Teńsizliktiń pútin sheshimleri tabıń.

17. $2|x - 1| \leq |x + 3|$

18. $2|x + 3| \leq |x - 1|$

19. $x^2 - 2|x| < 3$

20. $|x^2 - 3x| < 10$

Teńsizlikti sheshiń.

21. $|x| \cdot \left(x - \frac{1}{8}\right) < 0$

22. $|x| \cdot \left(x - \frac{1}{2}\right) < 0$

23. $\frac{2}{|x - 4|} \leq 1$

24. $|x^2 + 2x| > 8$

25. Barlıq a hám b oń sanlar ushın $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a + b}$ teńsizlik orınlı bolıwın kórsetiń.

26. Eger $a > 0$ hám $b > 0$ bolsa, onda $\frac{2\sqrt{ab}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \leq \sqrt[4]{ab}$ ekenligin dálilleń.

27. Eger $p > 0$ hám $q > 0$ bolsa, onda $(p + 2)(q + 2)(p + q) > 16pq$ ekenligin dálilleń.

28. Eger $a \neq 2$ bolsa, onda $\frac{1}{a^2 - 4a + 4} > \frac{2}{a^3 - 8}$ ekenligin dálilleń.

29. Eger $m \geq 0$ hám $n \geq 0$ bolsa, onda $mn(m + n) \leq m^3 + n^3$ ekenligin dálilleń.

30. Qálegen haqıyqıy x hám y sanlar ushın $x^2 + 2y^2 + 2xy + 6y + 10 > 0$ teńsizlik orınlı bolıwın dálilleń.

MATEMATIKALIQ INDUKCIYA

1. Matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 + \dots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$$

2. Matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

3. Matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}$$

4. Matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

5. Matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n = \frac{x - (n+1)x^{n+1} + nx^{n+2}}{(1-x)^2}, \quad (x \neq 1)$$

6. Matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1) \cdot n = \frac{(n-1)n(n+1)}{3}$$

7. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $1 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 10 + \dots + n \cdot (3n+1) = n \cdot (n+1)^2$

8. Matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}, \quad x \neq 1$$

9. Matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 10} + \dots + \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

10. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + 3 + \dots + n)^2$

11. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

12. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $1 + 3 + \dots + (2n-1) = n^2$.

13. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

14. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} = \frac{2^{n+1} - 1}{2^n}.$$

15. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$.

16. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$

17. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n - 1)^3 = n^2 (2n^2 - 1)$

18. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n \cdot (n + 1) \cdot (n + 2) = \frac{n(n + 1)(n + 2)(n + 3)}{4}$$

19. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń:

$$\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 13} + \dots + \frac{1}{(4n - 3) \cdot (4n + 1)} = \frac{n}{4n + 1}$$

20. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń:

$$\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \frac{3^2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{n^2}{(2n - 1) \cdot (2n + 1)} = \frac{n \cdot (n + 1)}{2 \cdot (2n + 1)}$$

21. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $x + x^3 + x^5 + \dots + x^{2n-1} = \frac{x - x^{2n-1}}{1 - x^2}, x = \pm 1$.

22. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń:

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} = \frac{1 + (n - 1)x^n - nx^{n-1}}{(1 - x)^2}, x \neq 1$$

23. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń:

$$\frac{1}{1 + x} + \frac{2}{1 + x^2} + \frac{4}{1 + x^4} + \dots + \frac{2^n}{1 + x^{2^n}} = \frac{1}{x - 1} + \frac{2^{n+1}}{1 - x^{2^{n+1}}}, x \neq 1.$$

24. $n \geq 2$ ushın matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńlik orınlı ekenin dálilleń.

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{16}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{n + 1}{2n}$$

25. $n > 1$ ushın matematikalıq indukciya usılın qollanıp, tómendegi teńsizlik orınlı ekenin dálilleń.

$$\frac{1}{n + 1} + \frac{1}{n + 2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}.$$

26. Matematikalıq indukciya usılınan paydalanıp, qálegen $n (n \in \mathbb{N})$ ler ushın tómende berilgen teńsizliktiń durıs ekenligin dálilleń. $2^n > n^3, n \geq 10$

27. Matematikalıq indukciya usılınan paydalanıp, qálegen $n(n \in \mathbb{N})$ ler ushın tómende berilgen teńsizliktiń durıs ekenligin dálilleń. $2^n > n+1, n > 3$

28. Matematikalıq indukciya usılınan paydalanıp, qálegen $n(n \in \mathbb{N})$ ler ushın tómende berilgen teńsizliktiń durıs ekenligin dálilleń. $2^n > n$

29. Barlıq $n \geq 3$ natural sanlar ushın, berilgen $3^n + 4^n < 5^n$ teńsizlikti dálilleń. (Доказать неравенство $3^n + 4^n < 5^n$, для всех натуральных чисел $n \geq 3$)

30. Matematikalıq indukciya usılınan paydalanıp, qálegen $n(n \in \mathbb{N})$ ler ushın tómende berilgen teńsizliktiń durıs ekenligin dálilleń. $n! > \left(\frac{n}{3}\right)^n$

31. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $\sin x + \sin 2x + \dots + \sin nx = \sin \frac{(n+1)x}{2} \cdot \sin \frac{nx}{2} \cdot \left(\sin \frac{x}{2}\right)^{-1}$.

32. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $\cos x + \cos 3x + \cos 5x + \dots + \cos (2n-1)x = \frac{\sin 2(n-1)x}{2\sin x}$.

33. Matematikalıq induksiya usılınan paydalanıp, hár qanday natural n san ushın tómendegi teńlik durıs ekenligin dálilleń: $\frac{1}{2} + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx = \sin \frac{2n+1}{2} x \cdot \left(2\sin \frac{x}{2}\right)^{-1}$

IZBE-IZLIKTIŇ LIMITI

1.Limitti esaplań. $(n \in \mathbb{N}) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$

2.Limitti esaplań $(n \in \mathbb{N}) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2) \cdot (3n+1)} \right)$

3.Limitti esaplań $(n \in \mathbb{N}) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3) \cdot (4n+1)} \right)$

4.Limitti esaplań $(n \in \mathbb{N}) \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1) \cdot (2n+3)} \right)$

5.Limitti esaplań $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{n^2 + 3n + 2} \right)$

6.Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)! + (n+1)!}{(n+3)!}$.

7.Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n-3})$.

8.Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)! + (2n+2)!}{(2n+3)! - (2n+2)!}$.

9.Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+4)! - (n+2)!}{(n+3)!}$.

10. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3}{n^2 + 2n + 1}$.

11. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + n}}{n}$.

12. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 - (n^2 - 1)^2}{2n + 1}$.

13. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 3n} - 2n)$.

14. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 2} - \sqrt{n^2 - n})$.

15. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$.

16. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)!}{(2n)!}$.

17. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{4n+1}{n}}$.

18. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+1}{7-9n}$.

19. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 4}{8n^2 + 7}$.

20. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3}{n^2 + 2n + 1}$.

21. Limitti esaplań. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n - 2^n}{3^{n-1} + 2^n}$.

IZBE-IZLIKTIŇ SHEGARALANĜANLIĜI

22. Tómente berilgen $\{x_n\}$ izbe-izlikti shegaralanĝanlıqqa tekseriń $\{x_n\} = \left\{ \frac{3n+40}{n} \right\}$

23. Tómente berilgen $\{x_n\}$ izbe-izlikti shegaralanĝanlıqqa tekseriń $\{x_n\} = \left\{ \frac{5n}{6n-7} \right\}$

24. Tómente berilgen $\{x_n\}$ izbe-izlikti shegaralanĝanlıqqa tekseriń $\{x_n\} = \left\{ \frac{4n^2-3}{4n^2} \right\}$

25. Tómente berilgen $\{x_n\}$ izbe-izlikti shegaralanĝanlıqqa tekseriń $\{x_n\} = \left\{ \frac{n^2-5}{2+3n^2} \right\}$

26. Tómente berilgen $\{x_n\}$ izbe-izlikti shegaralanĝanlıqqa tekseriń $\{x_n\} = \left\{ \frac{4n^2-3}{3+n^2} \right\}$

27. Tómente berilgen $\{x_n\}$ izbe-izlikti shegaralanĝanlıqqa tekseriń $\{x_n\} = \left\{ \frac{n^4}{n^3+3} \right\}$

28. Tóمندegi izbe-izliktiń ulıwma $\{x_n\}$ aǵzasın jazıń $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_{n+1} = \frac{1}{2-x_n}$, $n \in \mathbb{N}$

29. Tóمندegi izbe-izliktiń ulıwma $\{x_n\}$ aǵzasın jazıń $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_{n+1} = \frac{2}{3-x_n}$, $n \in \mathbb{N}$

30. Tóمندe berilgen $\{x_n\}$ izbe-izlikti shegaralanǵanlıqqa tekseriń $x_n = \left\{ \frac{3^n + 2}{4^n - 3} \right\}$

Funkciya

Funkciyanıń anıqlanıw kópligin tabıń:

1. $f(x) = \sqrt{9x^2 - 1}$.

2. $f(x) = \sqrt[4]{\frac{3}{25-x^2}}$.

3. $f(x) = \sqrt[7]{\frac{x-3}{(x^2-4)(x^2+4)}}$.

4. $f(x) = \sqrt{x - \sqrt{x - \sqrt{x}}}$.

5. $f(x) = \sqrt{|x| - 8} + \sqrt{x^2 - 16}$.

6. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-4} - \sqrt{6-x}}$.

7. $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 2x - 3}}$.

8. $f(x) = \frac{x}{|x|}$.

9. $f(x) = \frac{x}{x^2 - x - 2}$.

10. $f(x) = \log_4(x^2 - 2x)$.

11. $f(x) = \sqrt{\log_2 x - 1} + \frac{1}{x^2 - 16}$.

12. $f(x) = \frac{\sqrt{4x - x^2}}{\log_3 |x - 4|}$.

13. $f(x) = \log_3(2^{\log_{x-3} 0.5} - 1) + \frac{1}{\log_3(2x - 6)}$.

14. $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{(x-3)(x+4)}} + \frac{1}{\log_8(x-4)}$.

15. $f(x) = \sqrt{\log_{0.3} \frac{x-1}{x+5}}$.

16. $f(x) = \lg(3^x - 3^{-x})$.

S. Kalbaev

$$17. f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{\sin x - 1}.$$

$$18. f(x) = \sqrt{-2\cos^2 x + 3\cos x - 1}.$$

$$19. f(x) = \sqrt{\sin^2 x - \sin x}.$$

$$20. f(x) = \lg \sin(x-3) - \sqrt{16-x^2}.$$

$$21. f(x) = \sqrt{\frac{x}{\sin x}} + \sqrt{\frac{10-x^2}{x^4-11x^2+18}}.$$

$$22. f(x) = \log_9 \frac{\sin 3x}{x} - \frac{\sqrt{4x^2-x^4+5}}{\cos \pi x} - x.$$

$$23. f(x) = \sqrt{\frac{\log_{0.3}|x-2|}{|x|}}.$$

$$24. f(x) = \frac{x^2}{\sin x} + \frac{\operatorname{tg} x \cdot \sqrt{3-x^2}}{1-x^2}.$$

$$25. f(x) = \lg \left(\sqrt{8^{-2+\lg x}} - \sqrt[3]{4^{2-\lg x}} \right).$$

$$26. f(x) = \frac{2}{\sin^4 x + \cos^4 x}.$$

$$27. f(x) = \frac{\sin x}{1 - \cos x}.$$

$$28. f(x) = \sqrt{\sin(\cos x)}.$$

$$29. y = \frac{1}{27^{x^2} - 3^x}.$$

$$30. y = (x^2 - x + 1)^{-\frac{3}{2}}.$$

$$31. y = \sqrt{2^x - e^x}.$$

$$32. y = \frac{1}{\sqrt{x-|x|}}.$$

$$33. y = \frac{1}{\sqrt{|x|-x}}.$$

$$34. y = \frac{1}{\log_2(2-x)} + \sqrt{x+3}.$$

$$35. y = \sqrt{\frac{x-2}{x+2}} + \sqrt{\frac{1-x}{\sqrt{1+x}}}.$$

$$36. f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-2}}.$$

S. Kalbaev

Jup funkciyama yamasa taq?

$$37. y = x^2 - x^4$$

$$38. y = x|x|$$

$$39. y = x^2|x| + 3$$

$$40. y = 2\sin 4x + 3\cos 4x$$

Funkciyanıń limiti

Usı limitti tabıń.

$$41. \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 2x - 5)$$

$$42. \lim_{x \rightarrow 0} \left(2x - \frac{5}{x} \right)$$

$$43. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{x - 3}$$

$$44. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x^2 - x - 6)^2}{x + 2}$$

$$45. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$$

$$46. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{1}{t}}{1 + \frac{1}{t}}$$

$$47. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - 1}{x^5 - 1}$$

$$48. \lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{3x}{x+3} + \frac{9}{x+3} \right)$$

$$49. \lim_{x \rightarrow 4} \left[\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{4} \right) \frac{1}{x-4} \right]$$

$$50. \lim_{x \rightarrow 2} \left[\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{x-2} \right)^2 \right]$$

$$51. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + x - 20}$$

S. Kalbaev

$$52. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{4x^2 - 5x + 1}$$

$$53. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x + 1}{4x - 3x^2 - 1}$$

$$54. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 3x - 9}{3x^2 - 5x - 10}$$

$$55. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 2}{3x^2 + 4x + 1}$$

$$56. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^5 - 2x^2 + 4x}{2x^5 + 9}$$

$$57. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 - 4x^2 - 3x^4}{x^4 + 6x^2 + 3}$$

$$58. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{14x^2 + 7}{3 - 7x^2}$$

$$59. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 + 2x + 4}{8x^3 - 5x + 3}$$

$$60. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4 - 2x^3 + 3}{2x^2 + 5x - 7}$$

$$61. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}$$

$$62. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\cos 2x - \cos x}$$

$$63. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x + \operatorname{tg} x^3}$$

$$64. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}$$

$$65. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{3 + 3\cos x}{\sin^2 x}$$

$$66. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$$

$$67. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$$

$$68. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sin \pi x}$$

$$69. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 2x - \cos 6x}{\sin^2 2x}$$

$$70. \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 5x - \sin 2x}{x - 2\pi}$$

$$71. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5 - 2x)}{\ln(x - 1)}$$

$$72. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\sin \pi x}$$

$$73. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}$$

$$74. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}$$

$$75. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x}$$

$$76. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}$$

$$77. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\ln \operatorname{ctg} x}{\sin 4x}$$

$$78. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(9 - 2x^2)}{\sin 2\pi x}$$

$$79. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 2^{5x}}{\cos x - \cos x^3}$$

$$80. \lim_{x \rightarrow \frac{4\pi}{3}} \frac{1 + 2\cos x}{4\pi - 3x}$$

FUNKCIYA ÚZLIKSIZLIGI

1. Berilgen kóplikte úzliksiz ekenligin dálilleń
2. $f(x) = x^2 - 2x - 1, X = (-\infty; +\infty)$. 2. $f(x) = \cos(2x - 1), X = (-\infty; +\infty)$
3. $f(x) = \frac{1}{x+1}, X = (-1; +\infty)$.
4. Berilgen funkciyalardıń úzilis noqatların tabıń hám olardıń tipin anıqlań.
5. $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \neq 0, \\ 2, & \text{если } x = 0 \end{cases};$
6. $f(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{если } -1 \leq x \leq 1, \\ 1-x, & \text{если } 1 < x < 2 \end{cases}.$

$$7. \quad f(x) = \begin{cases} 3x, & \text{если } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x, & \text{если } 1 < x \leq 3 \end{cases}.$$

$$8. \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, \\ 3, & \text{если } x = 1 \end{cases}$$

$$9. \quad f(x) = \frac{1}{x^2}.$$

$$10. \quad f(x) = x + \frac{1}{x},$$

$$11. \quad f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$$

$$12. \quad f(x) = \frac{|x|}{x}$$

$$13. \quad f(x) = \frac{1}{\ln|x|}$$

Berilgen funkciyalardıń úzliksiz ekenligin dálilleń

$$14. \quad f(x) = x$$

$$15. \quad f(x) = x^2.$$

$$16. \quad f(x) = \sqrt{x}.$$

$$17. \quad f(x) = |x|.$$

$$18. \quad f(x) = \arctg x.$$

$$19. \quad f(x) = \sin 2x$$

$$20. \quad f(x) = \sqrt[3]{x}.$$

$$21. \quad f(x) = 2x - 1.$$

$$22. \quad f(x) = \frac{1}{x}, x \neq 0.$$

$$23. \quad f(x) = x^2 + 2\sin x.$$

$$24. \quad f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 2}.$$

$$25. \quad f(x) = \cos x.$$

$$26. \quad f(x) = 4x^2 - 3x + 5.$$

Berilgen $f(x)$ funkciyanıń X kóplikte teń ólshewli úzliksiz ekenligin dálilleń.

$$27. \quad f(x) = 3x - 1, X = R;$$

$$28. \quad f(x) = \frac{x}{3 - x^2}, X = [-1; 1];$$

$$29. \quad f(x) = \sin x^2, X = [-3; 3];$$

$$30. \quad f(x) = \frac{\sin x}{x}, X = (0; \pi);$$

$$31. f(x) = \sin x, X = R;$$

$$32. f(x) = \frac{1}{x}, X = [a; +\infty), a > 0;$$

$$33. f(x) = \sqrt{x}, X = (0; +\infty);$$

$$34. f(x) = \frac{x^6 - 1}{\sqrt{1 - x^4}}, X = (-1; 1)$$

$$35. f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right), X = [0, 01; +\infty).$$

$f(x)$ funksiya teń ólshewli úzliksiz bolatúǵın aralıqtaǵı $\varepsilon > 0$ ushın $\delta = \delta(\varepsilon)$ dı tabıń.

$$36. f(x) = 4x + 5, (-\infty < x < \infty);$$

$$37. f(x) = x^2 - 3x - 2, (-1 < x < 5)$$

$$38. f(x) = \frac{1}{x^2} (0, 1 \leq x \leq 1);$$

$$39. f(x) = 2\sin x - \cos x, (-\infty < x < +\infty);$$

$$40. f(x) = x \cos \frac{1}{x}, (x \neq 0) \text{ ba } f(x) = 0, (0 \leq x \leq \pi).$$

Funkciya tuwındısı hám differenciallaw

1. Lopital qaǵıydalarınan paydalanıp támendegi funksiylardıń limitin esaplań.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 5x - 8}{4x^2 + 3x - 7}$$

2. Lopital qaǵıydalarınan paydalanıp támendegi funksiylardıń limitin esaplań.

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\ln(x^2 - 15)}{3x^2 - 10x - 8}$$

3. Lopital qaǵıydalarınan paydalanıp támendegi funksiylardıń limitin esaplań.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - 4\sin^2\left(\frac{\pi x}{6}\right)}{1 - x^2}$$

4. Lopital qaǵıydalarınan paydalanıp támendegi funksiylardıń limitin esaplań.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cdot \sin \frac{1}{x}}{\sin x}$$

5. Lopital qaǵıydalarınan paydalanıp támendegi funksiylardıń limitin esaplań.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}$$

6. Lopital qaǵıydalarınan paydalanıp támendegi funksiylardıń limitin esaplań.

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{2\sin x}$$

7. Lopital qağıydalarinan paydalanıp táمندegi funkciyalardıń limitin esaplań.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ell^x - \ell^{-x}}{\ln(1+x)}$$

8. Funkciyalardıń tuwındısın esaplań.

$$y = \log_x 2^x$$

9. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = x \sqrt[3]{x^2 + 1}$$

10. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \sin^2(\cos x) + \cos^2(\sin x)$$

11. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \sin(\sin(\sin x))$$

12. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = 2^{\cos x + \operatorname{tg}^2 x}$$

13. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x^2}$$

14. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \ell^{x^3} \cos 2x$$

15. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \ell^{\ell^x} + x^{\ell^x}$$

16. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \sin(\arcsin x) + \arcsin(\sin x)$$

17. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x}$$

18. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} + \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

19. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = (\sin x)^{\cos 2x}$$

20. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \lg^4 (x^5 - \sin^5 2x)$$

21. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \operatorname{arccctg} \sqrt{1 + e^{-x^2}}$$

22. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = (x^2 + 1)^{\operatorname{ctg} 2x}$$

23. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = (3x^3 - \operatorname{ctg}^4 x)^3$$

24. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \ln^3 (\sqrt{x} - 2^{-x^2})$$

25. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = \operatorname{Intg}^2 \sqrt{x}$$

26. Funkciyanıń tuwındısın esaplań.

$$y = e^{-\sqrt{x^2 - 3x + 3}}$$

27. Berilgen funkciyanı ósiwshi hám kemiwshi bolıwın teserín.

$$f(x) = \frac{x^2}{10} - \ln x$$

28. Berilgen funkciyanı ósiwshi hám kemiwshi bolatuǵın aralıqların tabıń.

$$f(x) = 3x - x^3$$

29. Berilgen funkciyanı ósiwshi hám kemiwshi bolatuǵın aralıqların tabıń.

$$f(x) = 8x^3 - x^4$$

30. Tómenдеgi funkciyalardıń differentialın tabıń.

$$f(x) = 8x^3 - x^4$$

31. Berilgen funkciyanı ósiwshi hám kemiwshi bolatuǵın aralıqların tabıń.

$$y = \cos \frac{1}{\log_2 x}$$

32. Berilgen funkciyanı ósiwshi hám kemiwshi bolatuǵın aralıqların tabıń.

$$y = e^{\frac{\sqrt{1-x}}{1+x}}$$

33. Funkciyanıń berilgen noqatlardaǵı kórsetilgen tártiptegi tuwındısın tabıń.

$$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x^2}}, y^{(II)}(0) = ?$$

34. Funkciya berilgan nuqatlardagi kórsetilgen tartiptegi tuwindisin tabin.

$$y = \frac{x^5}{(x-1)^4}, y^{(II)}(5) = ?$$

35. Funkciyalardin berilgen nuqatlardagi kórsetilgen tartiptegi tuwindisin tabin.

$$y = \arctg x, y^{(II)}(1) = ?$$

36. Funkciyanin ekinshi tartipli differencialin tabin.

$$y = \sqrt{1-x^2}$$

37. Funkciyanin differencialin tabin.

$$y = \log_3 x + \sin^2 2x$$

38. Funkciyanin ekinshi tartipli differencialin tabin.

Dúziwshi:

S. Kalbaev