

2-kurs Algebradan savollar

1. **Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar.** Binar amallar. Yarim gruppalar. Monoidlar. Gruppalar. Abel gruppalar.
2. **Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar.** Simmetrik va ishora almashinuvchi gruppalar
3. **Qism gruppalar. Siklik gruppalar.** Qism gruppalar. Tashkil etuvchi element. Siklik gruppalar.
4. **O'ng va chap qo'shni sinflar. Lagranj teoremasi.** O'ng va chap qo'shni sinflar va ularning xossalari. Chekli gruppalar va indeks tushunchalari. Lagranj teoremasi.
5. **Normal qism gruppalar va faktor gruppalar.** Normal qism gruppalar va uning xossalari. Qo'shni sinflar orasidagi munosabatlar. Faktor gruppalar.
6. **Gruppaning gomomorfizmlari va izomorfizmlari. Gomomorfizm va izomorfizmlarning xossalari. Keli teoremasi.** Gruppaning gomomorfizmlari. Gomomorfizm yadrosi. Epimorfizm, monomorfizm va izomorfizmlar haqida asosiy tushunchalar. Gomomorfizm va izomorfizmlarning xossalari. Keli teoremasi.
7. **Diedr va kvaternion gruppalar.** Diedr va kvaternion gruppalar xossalari.
8. **Gruppalar gomomorfizmlari haqidagi teoremlar.** Gomomorfizmning asosiy teoremasi. Izomorfizmlar haqida birinchi, ikkinchi va uchinchi teoremlar.
9. **Gruppaning avtomorfizmlari va ichki avtomorfizmlar.** Gruppaning avtomorfizmlari va ular o'rtasida aniqlangan gruppalar. Ichki avtomorfizmlar va ularning xossalari.
10. **Gruppaning to'plamga ta'siri.** Gruppaning to'plamdagi ta'siri. Orbita. Statsionar qism gruppalar. Orbita uzunligining statsionar gruppalar indeks bilan ustma-ust tushishi.
11. **Halqalar va ularning turlari. Halqalar xarakteristikasi. Bul va regulyar halqalar.** Halqalar va ularning turlari, butunlik sohasi, jismlar va maydonlar. Halqaning nilpotent va idempotent elementlari. Halqa xarakteristikasi. Bul va regulyar halqalar xossalari.
12. **Qism halqalar va qism maydonlar.** Qism halqalar, qism maydonlar va ularga oid teoremlar.
13. **Halqaning ideallari. Faktor halqalar. Bosh ideallar halqasi. Halqaning gomomorfizmlari va izomorfizmlari.** Halqaning o'ng, chap va ikki tomonlama ideallari. Faktor halqalar. Halqaning gomomorfizmlari va ularning xossalari. Halqalar gomomorfizmlari haqidagi teoremlar.
14. **Nilpotent va birlamchi ideallar.** Nilpotent va birlamchi ideallar. Halqaning tub va keltirilmas elementlari.
15. **Maksimal va primar ideallar.** Maksimal va primar ideallar. Halqa radikal.
16. $(\mathbb{Z}, +), (\mathbb{Q}, +), (\mathbb{R}, +), (\mathbb{C}, +)$ *algebraik sistemalar kommutativ gruppalar bo'ladi.*
17. *Quyidagi $\pi \in S_7$ o'rin almashtirishni sikllar ko'paytmasi shaklida ifodalang*
$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 6 & 3 & 5 & 2 & 4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$
18. *Quyidagi to'plamlar $(\mathbb{Z}_{12}, +_{12})$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang*
 $H_1 = \{\bar{0}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}\}$
19. *Quyidagi G gruppalarining H qism gruppalarini bo'yicha o'ng qo'shni sinflarini aniqlang.*
 $G = S_3$ va $H = \{e, (2\ 3)\}$
 $(\mathbb{Q} \setminus \{0\}, \cdot), (\mathbb{R} \setminus \{0\}, \cdot), (\mathbb{C} \setminus \{0\}, \cdot)$ *algebraik sistemalar kommutativ gruppalar bo'ladi.*
20. *Quyidagi $(1\ 3\ 5\ 7) \circ (2\ 3\ 5\ 4) \in S_7$ elementning tartibini toping.*
21. *Quyidagi to'plamlar $(\mathbb{Z}_{12}, +_{12})$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang*
 $H_2 = \{\bar{0}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{9}\}$
22. *Quyidagi G gruppalarining H qism gruppalarini bo'yicha o'ng qo'shni sinflarini aniqlang*
 $G = S_3$ va $H = \{e, (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$
23. $(\mathbb{Z}, \cdot), (\mathbb{N}, \cdot), (\mathbb{Z}, +)$ *algebraik sistemalar monoid tashkil qiladi.*
- 24.

25. Quyidagi o'rin almashtirishlarni o'zaro kesishmaydigan sikllar ko'paytmasi ko'rinishida yozing. Shuningdek, berilgan o'rin almashtirishlarni transpozitsiyalar ko'rinishida ham ifodalang.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 5 & 4 & 8 & 1 & 7 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

26. Quyidagi to'plamlar $(\mathbb{Z}_{12}, +_{12})$ gruppaning qism gruppasi bo'lishini isbotlang

$$H_3 = \{\bar{0}, \bar{4}, \bar{8}\}$$

S_4 gruppaning $H = \{e, (1\ 2) \circ (3\ 4), (1\ 4) \circ (3\ 2), (1\ 3) \circ (2\ 4)\}$ qism gruppasi

27. barcha o'ng (chap) qo'shni sinflarini toping.

$(M_n(\mathbb{R}), +)$ – elementlari haqiqiy sonlardan iborat bo'lgan n -tartibli kvadrat matritsalar to'plami, matritsalarini qo'shish amaliga nisbatan monoid tashkil

28. qiladi.

29. Quyidagi o'rin almashtirishlarni o'zaro kesishmaydigan sikllar ko'paytmasi ko'rinishida yozing. Shuningdek, berilgan o'rin almashtirishlarni transpozitsiyalar ko'rinishida ham ifodalang.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & 6 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

Quyidagi matritsalar to'plamlarini $(GL_2(\mathbb{R}), \cdot)$ gruppaning qism gruppasi

30. bo'lishini isbotlang:

$$S_1 = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid ad - bc = 1 \right\}$$

31. Tartibi 200 dan kichik bo'lgan G gruppasi berilgan bo'lsin. Agar G gruppaning tartibi 25 va 35 ga teng bo'lgan qism gruppalar mavjud bo'lsa, u holda G gruppaning tartibini toping.

$(M_n(\mathbb{R}), \cdot)$ – elementlari haqiqiy sonlardan iborat bo'lgan n -tartibli kvadrat matritsalar to'plami, matritsalarini ko'paytirish amaliga nisbatan monoid

32. tashkil qiladi.

33. Quyidagi o'rin almashtirishlarni o'zaro kesishmaydigan sikllar ko'paytmasi ko'rinishida yozing. Shuningdek, berilgan o'rin almashtirishlarni transpozitsiyalar ko'rinishida ham ifodalang

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Quyidagi matritsalar to'plamlarini $(GL_2(\mathbb{R}), \cdot)$ gruppaning qism gruppasi

34. bo'lishini isbotlang:

$$S_2 = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \mid a \neq 0 \right\}$$

35. Tartibi 35 ga teng bo'lgan G gruppasi berilgan bo'lib, A va B uning mos ravishda tartibi 5 va 7 ga teng bo'lgan qism gruppalar bo'lsa, u holda $G = AB$ ekanligini isbotlang.

$(n\mathbb{Z}, +)$ – natural n soniga karrali butun sonlar to'plami qo'shish amaliga

36. nisbatan;

37. Quyidagi o'rin almashtirishlarni o'zaro kesishmaydigan sikllar ko'paytmasi ko'rinishida yozing. Shuningdek, berilgan o'rin almashtirishlarni transpozitsiyalar ko'rinishida ham ifodalang.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 4 & 1 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$H_1 = \langle 4, 6 \rangle.$$

$$H_2 = \langle 4, 7 \rangle.$$

38. $(\mathbb{Z}, +)$ gruppaning quyidagi qism gruppalarini aniqlang. $H_3 = \langle 6, 9 \rangle.$

$H = \{e, (1\ 2) \circ (3\ 4), (1\ 4) \circ (3\ 2), (1\ 3) \circ (2\ 4)\}$ to'plam S_4 gruppaning normal

39. qism gruppasi ekanligini isbotlang.

40. Quyidagi matritsalar to'plamining qaysilari matritsalarini qo'shish amaliga nisbatan grupp

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

bo'lishini aniqlang.

41. Quyidagi α va β o'rin almashtirishlar uchun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ifodani toping

$$\alpha = (1\ 2\ 5\ 7), \quad \beta = (2\ 4\ 6) \in S_7$$

S_3 gruppaning quyidagi $T = \{x \in S_3 \mid x^2 = e\}$ qism to'plami qism grupp

42. bo'ladimi?

43. Normal qism grupp ekanligini ko'rsating. $G = S_3$ va $H = \{e, (2\ 3)\}$

44. Quyidagi matritsalar to'plamining qaysilari matritsalarini ko'patirish amaliga nisbatan grupp

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

bo'lishini aniqlang.

45. Quyidagi α va β o'rin almashtirishlar uchun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ifodani toping

$$\alpha = (1\ 3\ 5\ 7), \quad \beta = (2\ 4\ 8) \circ (1\ 3\ 6) \in S_8$$

46. S_4 gruppaning tartibi 3 ga teng bo'lgan barcha qism gruppalarini aniqlang

47. Normal qism grupp ekanligini ko'rsating. $G = S_3$ va $H = \{e, (1\ 2\ 3), (1\ 3\ 2)\}$

48. Quyidagi matritsalar to'plamining qaysilari matritsalarini ko'patirish amaliga nisbatan grupp

$$G = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

bo'lishini aniqlang.

49. Quyidagi α va β o'rin almashtirishlar uchun $\alpha \circ \beta \circ \alpha^{-1}$ ifodani toping

$$\alpha = (1\ 3) \circ (5\ 8), \quad \beta = (2\ 3\ 6\ 7) \in S_8$$

50. G grupp va uning H normal qism gruppasi uchun faktor grupp elementlarini toping.

$$G = (\mathbb{Z}, +) \text{ va } H = (2\mathbb{Z}, +)$$