

3-kurs (keshki, uzb) Matematika hám informatika tálím baǵdarı talabaları ushın
Geometriya páninen juwmaqlawshı baqlaw jumısı sorawları bazası

1. Topologik fazo. Ochiq va yopiq to'plamlar hamda ularning xossalari.
2. Uzluksiz akslantirishlar. Gomeomorfizm
3. Kompakt va lokal kompakt fazolar
4. Topologik fazolarning ajralish aksiomalari.
5. Topologik fazolarning ajralish aksiomalari.
6. Metrik fazo.
7. Topologik ko'pxilliklar. Bir va ikki o'lchamli ko'pxilliklar.
8. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\text{Int } A$ -ochiq to'plam ($\text{Int} \in \tau$) o'rinli bo'lishini ko'rsating.

9. Elementlari $\sum_{n=1}^{\infty} |x_n| < \infty$ shartini qanaotlantiruvchi haqiqiy sonlarning $x = \{x_n\}$ ketma-ketliklaridan iborat to'plamda masofani $\rho(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} |x_n - y_n|$ ko'rinishida kiritsak, metrika aksiomalarining o'rinli bo'lishini tekshiring.

10. Ikki elementtan iborat $X = \{a, b\}$ to'plamda $\tau = \{\emptyset, \{b\}, X\}$ sistemaning topologiya bo'lishini tekshiring.

11. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\overline{X \setminus A} = X \setminus \text{Int } A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.

12. Elementlari $x = \{x_n\}$ ixtiyoriy cheksiz ketma-ketliklardan iborat bo'lgan to'plamda metrikani $\rho(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \frac{|x_n - y_n|}{1 + |x_n - y_n|}$ ko'rinishida kiritish mumkinligini tekshiring

13. X to'plamda berilgan topologiyalarning ixtiyoriy sondagi kesishmasi shu to'plamda topologiya bo'lishini isbotlang.

14. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $X \setminus A = CA$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.

15. Agar x va y haqiqiy sonlar orasida masofani $\rho(x, y) = \sin^2(x - y)$ ko'rinishida aniqlasak, unda barcha haqiqiy sonlar to'plami metrik fazo bo'lishini tekshiring.

16. X topologik fazoda yopiq to'plamning to'ldiruvchisi ochiq bo'lishini isbotlang.

17. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $A \in \tau \Leftrightarrow \text{Int}A = A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.

18. Agar haqiqiy sonlar orasida masofani $\rho(x, y) = |x - y|$ ko'rinishda aniqlasak, unda bu oraliq metrik fazo bo'lishini tekshiring.

19. X topologik fazoda A ochiq, B yopiq to'plamlar bo'lsa, unda $A \setminus B$ ayirmaning ochiq to'plam bo'lishini ko'rsating.

20. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\partial A = \bar{A} \cap \overline{CA}$, $\partial A = \bar{A} \setminus \text{Int}A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.

21. Agar haqiqiy sonlar orasida masofani $\rho(x, y) = \sqrt{|x - y|}$ ko'rinishda aniqlasak, unda bu oraliq metrik fazo bo'lishini tekshiring.

22. X topologik fazoda yopiq to'plamlarning chekli sondagi birlashmasi yopiq to'plam bo'lishini isbotlang.

23. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\bar{A} \cap \overline{CA} = \partial A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.

24. $[a, b]$ segmentda uzluksiz bo'lgan hamma funktsiyalar to'plamida masofani

$\rho(\varphi, \psi) = \sqrt{\int_a^b (\varphi(t) - \psi(t))^2 dt}$ ko'rinishda aniqlasak, unda bu masofa metrik fazo

bo'lishini tekshiring.

25. X topologik fazoning ixtiyoriy M qism to'plami uchun $X \setminus [M] = \text{int}(X \setminus M)$ tenglikning o'rinli ekanligini isbotlang.

26. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\bar{A} = A \cup \partial A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.

27. $[a, b]$ segmentda uzluksiz bo'lgan funksiyalarning barcha juftliklaridan iborat $F[a, b]$ to'plamida (f_1, g_1) va (f_2, g_2) juftliklari orasidagi masofani $\rho((f_1, g_1), (f_2, g_2)) = \sup_{t \in [a, b]} (|f_1(t) - f_2(t)| + |g_1(t) - g_2(t)|)$ ko'rinishida aniqlasak, unda bu $F[a, b]$

metrik fazo bo'lishini tekshiring.

28. Ixtiyoriy mos qism to'plami yopiq bo'lmagan topologik fazoni ko'rsating.

29. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\text{Int}A = A \setminus \partial A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.

30. X to'plamda metrikani $\rho(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{eger } x \neq y \\ 0, & \text{eger } x = y \end{cases}$ ko'rinishida

aniqlasak, unda (X, ρ) metrik fazo bo'lishini tekshiring.

31. Ixtiyoriy bir nuqtali ulush to'plami yopiq bo'lmagan T_0 -fazoni ko'rsating.

32. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, A -yopiq to'plam bo'lishi uchun $\partial A \subset A$ shartining bajarilishini ko'rsating.

33. Metrik fazoda ixtiyoriy sondagi yopiq to'plamlarning kesishmasi yopiq to'plam bo'lishini isbotlang.

34. X topologik fazoda to'plam qoplamasi $M \subset [M]$ xossaga ega ekanligini isbotlang.

35. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, A -ochiq to'plam bo'lishi uchun $A \cap \partial A = \emptyset$ shartining bajarilishini ko'rsating.

36. Metrik fazoda $C(\text{int}(E)) = [CE]$ tengligi o'rinli ekanligini isbotlang.

37. X topologik fazoda to'plam qoplamasi $\text{eger } M_1 \subset M_2$ bo'lsa, unda $[M_1] \subset [M_2]$ xossaga ega ekanligini isbotlang.

38. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\partial(A \cup B) \subset \partial A \cup \partial B$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.

39. Metrik fazoda ixtiyoriy yig'indili ketma-ketlikning fundamentalligini isbotlang.

40. X topologik fazoda to'plam qoplamasi $[M_1 \cup M_2] = [M_1] \cup [M_2]$ xossaga ega ekanligini isbotlang.
41. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\partial(A \cap B) \subset \partial A \cup \partial B$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.
42. X metrik fazoda ixtiyoriy M va N to'plamlar uchun $\text{int}(M \cap N) = \text{int}(M) \cap \text{int}(N)$ munosabatning o'rinli ekanligini isbotlang.
43. X topologik fazoda to'plam qoplamasi $[[M]] = [M]$ xossaga ega ekanligini isbotlang.
44. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\partial \bar{A} \subset \partial A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.
45. Har bir K kompakt metrik fazo to'liq chegaralangan bo'lishini tekshiring.
46. T_1 - fazoda bir nuqtali to'plamning yopiq bo'lishini ko'rsating.
47. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\partial(\text{int } A) \subset \partial A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.
48. Ixtiyoriy kompakt to'plamning to'la fazo bo'lishini isbotlang.
49. (X, τ) Xausdorf topologik fazoning ixtiyoriy (M, τ_M) qism fazosi Xausdorf fazo bo'lishini isbotlang.
50. Agar A to'plam (X, τ) fazoning qism to'plami bo'lsa, $\bar{A} = \text{int } A \cup \partial A$ o'rinli bo'lishini ko'rsating.
51. Berilgan (X, ρ) metrik fazo uchun $|\rho(x, z) - \rho(z, y)| \leq \rho(x, y)$, bu yerda $z \in (X, \rho)$ tengsizligini isbotlang.
52. Ixtiyoriy regulyar X topologik fazoning T_2 -fazo ko'rsating.