

Funkcionallıq analiz

4 – kurs

1. Metrlikalıq keńislik túsiniǵı
2. Tolıq metrikalıq keńislikler
3. Qısqartırıp sáwlelendiriw principi hám onıń qollanılıwı
4. Differencial teńlemeler ushın barlıq hám birden-birlik teoremları
5. Metrlik keńisliklerdegi kompaktlıq
- 6-10. Tórende keltiriletuǵın funkciyalardıń qaysıları $\mathbb{R}$ kópliktegi aralıqtı anıqlaydı:

$$6. f(x, y) = \sqrt{|x - y|}$$

$$7. f(x, y) = |\sin(x - y)|$$

$$8. f(x, y) = |x - y|^2$$

$$9. f(x, y) = \ln(1 + |x + y|)$$

$$10. f(x, y) = \cos^2(x - y)$$

11. $f(t) = t + \frac{\pi}{2} \operatorname{arctg} t$ formulası menen anıqlanatuǵın $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ańlatıw

qısqartıwshı boladı ma?

12. $f(t)$ $[a, b]$ ni ózine sáwlelendirsın hám Lipshis $|f(t) - f(s)| \leq \alpha |t - s|$ shártin qanaatlандırsın, bul jerde $0 < \alpha < 1$. $t = f(t)$ tenleme $[a, b]$ da birden-bir sheshimge iye ekenligin dálilleń.

13. Úzliksiz differenciallanıwshı $f(t)$ funkciya $[a, b]$ kesindini ózine akslantırsın hám $|f'(t)| < 1$ bolsın. $t = f(t)$ tenleme $[a, b]$ da birden-bir sheshimge iye ekenligin dálilleń.

14. Aytayıq, $f(t)$ funkciya $\mathbb{R}$ da anıqlangan hám úzliksiz differenciallanatuǵın bolıp, $|f'(t)| \geq \lambda > 1$ bolsın. $f(t) = t$ tenleme birden-bir sheshimge iye ekenligin dálilleń.

15. $2te^t = 1$ ($t \in \mathbb{R}$) tenlemesin qaraymız. Tenleme $(0, 1)$ intervalǵa tiyisli bolǵan birden-bir sheshimge iye ekenligin dálilleń. Dáslepki jaqınlasıw retinde $t_0 = 0$ di alıp, 0,01 ge shekemgi dáliliktegi sheshimdi tabıń.

- 16-18. Eger metrika tómendegishe berilgen bolsa, tegisliktegi pútın sanlı koordinatalarǵa iye noqatlar kópligi $\mathbb{R}^2$ keńisliktegi qálegen kóplik ushın ε - tordı payda etetuǵın ε niń barlıq mánislerin tabıń:

$$16. \rho(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$$

$$17. \rho(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$$

$$18. \rho(x, y) = \max\{|x_1 - y_1|, |x_2 - y_2|\}$$

19. Eger $C[0,1]$ keńisliktegi $f(t)$ funkciyalardıń M kópligi sheklengen bolsa, $F(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau$ baslanǵısh funkciyalardıń kópligi predkompakt bolatuǵınlıǵın dálilleń ($f(t) \in M$).

20. $[0,1]$ kesindide úzliksiz differenciallanatuǵın, tómendegi shártlerdi qanaatlandıırıwshı $x(t)$ funkciyalar kópligi: 1) $|x(t)| \leq 2$; 2) $|x'(t)| \leq 2$. $C[0,1]$ metrikada E nın aldınǵı kompakt ekenligin dálilleń.