

Рационал сонлар ва улар устида амаллар. устида амаллар.
Бўлиниш белгилари. Қолдиқли бўлиш.
Туб ва мураккаб сонлар. ЭКУБ ва ЭКУЭ.
Натурал сонларнинг каноник ёйилмаси. Иррационал сонлар

Кўпхадлар устида амаллар. Бир ўзгарувчили кўпхадлар. Бир жинсли кўпхадлар.
Кўпхаднинг каноник кўриниши. Кўпхадлар устида амаллар. Кўпхаднинг бўлиниши.
Кўпхадларни кўпайтувчиларга ажратиш.

Тенгламалар тушунчаси. Тенг кучли тенгламалар.
Чизиқли ва квадрат тенгламалар.
Такрорий ва юқори даражали тенгламалар. Каср-рационал тенгламалар.
Модуль қатнашган тенгламалар.
Тенгламалар системасини ечишнинг элементар усуллари.

Сонли тенгсизликлар ва уларнинг хоссалари. Тенгсизликларни исботлаш.
Тенгсизликлар тенг кучлилиги.
Биринчи ва иккинчи даражали тенгсизликларни ечиш.
Каср-рационал ва юқори даражали тенгсизликлар.

Иррационал тенглама ва тенгсизликлар.
Иррационал ифодаларни бир хил алмаштириш.
Иррационал тенгламалар ва тенгсизликлар хоссалари ва уларни ечишнинг турли усуллари. Иррационал тенглама ва тенгсизликлар системаси ва уларни ечиш усуллари

Кўрсаткичли ва логарифмик ифодаларни бир хил алмаштириш.
Кўрсаткичли ва логарифмик тенгламалар классификацияси, ечиш усуллари.
Кўрсаткичли ва логарифмик тенгламалар системасини ечиш усуллари.

Кўрсаткичли ва логарифмик тенгсизликлар. Тенгсизликлар системаси. Кўрсаткичли ва логарифмик тенгсизликлар таснифи, хоссалари ва ечиш усуллари. Кўрсаткичли ва логарифмик тенгсизликлар системасини ечиш усуллари.

Параметр қатнашган тенглама ва уларнинг турлари. Параметр қатнашган тенглама ва уларни ечиш усуллари.
Параметр қатнашган тенгсизликлар ва уларнинг турлари. Параметр қатнашган тенгсизликлар ва уларни ечиш усуллари.

Учбурчакда метрик муносабатлар. Айлана, айлана ва уларда метрик муносабатлар.
Учбурчакка ички ва ташқи чизилган айлана. Стюарт, Птолемей теоремалари.

Кўпбурчак ва айлана. Кўпбурчакка ички ва ташқи чизилган айлана. Текис шаклларнинг юзлари формулалари. Майдонларни ҳисоблашга оид масалалар.

Купайтирувчиларга ажратинг

- 3) $3x^3 - 4x^2 + 6x - 8$; 4) $6x^3 + 15x^2 - 4x - 10$;
 5) $2x^4 + 4x^3 - 5x - 10$; 6) $3x^4 - x^3 + 12x - 4$;
 7) $8ax - 15by + 12bx - 10ay$; 8) $9mx - 28ny + 21my - 12nx$;
 9) $x^2 - y^2 + x + y$.

30. 1) $x^2 - 5x + 6$; 2) $3x^2 + 5x + 2$; 3) $0,5x^2 + x - 12$;
 4) $2x^2 - 5x + 3$; 5) $x^2 - 8x - 9$; 6) $\frac{1}{3}x^2 + 2x + 3$;
 7) $6 - x - x^2$; 8) $7x - 3x^2 + 6$; 9) $6 - 5x - 6x^2$.

31. 1) $x^2 - 2x + 1$; 2) $4x^2 + 4x + 1$; 3) $x^2 + 8x + 16$;
 4) $4x^2 - 12x + 9$; 5) $\frac{9}{5}x^2 + 6x + 5$; 6) $\frac{16}{3}x^2 + 8x + 3$;

32. 1) $(2x + 5)^2 - (3x + 1)^2$; 2) $(4 - x)^2 - (3x + 5)^2$;
 3) $x^2 - 10x + 25 - 4y^2$; 4) $x^2 - y^2 + 6y - 9$;
 5) $(3 - 2x)^2 - (3y - 2x)$; 6) $(a + 3b)^4 - (a^2 - 6ab + 8b^2)^2$;
 7) $64 - 121y^{12}$; 8) $16a^2 - 25b^6$.

33. 1) $4x^4 - 5x^2 + 1$; 2) $x^4 - 3x^2 - 4$; 3) $x^4 + 13x^2 + 36$;
 4) $x^4 - 5x^2 - 36$; 5) $2x^4 - 7x^2 - 99$; 6) $x^4 - 17x^2 + 16$.

34. 1) $x^2 - 4xy + 4y^2$; 2) $a^2 + 2ab - 3b^2$;
 3) $4a^2 - 2ab + \frac{b^2}{4}$; 4) $6m^2 - mn - 4n^2$;
 5) $6x^2 - xy - y^2$; 6) $m^2 + 7mn + 10n^2$.

35. 1) $y^3 - 6y^2 + 12y - 8$; 2) $a^2 + 3a^2 + 3a + 1$;
 3) $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$; 4) $27x^3 - 27x^2 + 9xy^2 - y^3$;
 5) $125 - 150x + 60x^2 - 8x^3$.

Разложите на множители и сократите дробь.

36. 1) $\frac{x^2 - 3x + 2}{1 - x^2}$; 2) $\frac{2x^2 - 5x + 2}{3x^2 - 12}$; 3) $\frac{3x^2 + x - 4}{x^2 - 2x + 1}$;
 4) $\frac{4x - x^2 - 3}{3x^2 - 2x + 1}$; 5) $\frac{8 - 2x - x^2}{4x^2 - 5x - 6}$; 6) $\frac{\frac{1}{2}x^2 - x - 12}{7x - 2x^2 + 30}$.

Тенгламаларни ечинг

1.1.8. а) $\frac{36}{x^2+3x+8} - 3x = x^2 - 8$; б) $\frac{21}{4x^2-7x} + 7x = 4x^2 - 4$;

в) $2x^2 + 11 = \frac{30}{7x-2x^2} + 7x$; г) $x^2 + 6 = 4x + \frac{21}{x^2 - 4x + 10}$;

д) $2(x+1) = \frac{15}{x^2+2x} - x^2$.

1.1.9. а) $\frac{x^2-8}{x} + 5 = \frac{14x}{x^2-8}$; б) $\frac{x^2-6}{x} + 4 = \frac{5x}{x^2-6}$;

в) $\frac{x^2-12}{x} + 10 = \frac{11x}{x^2-12}$; г) $\frac{x^2-15}{x} + 12 = \frac{28x}{x^2-15}$;

д) $\frac{x^2-18}{x} + 20 = -\frac{51x}{x^2-18}$.

1.1.10. а) $(x-3)(x-5)(x-7)(x-9) = 384$;

б) $(x+3)(x-1)(x-5)(x-9) = 585$;

в) $(x+4)(x+1)(x+2)(x-1) = 72$;

г) $(x+2)(x-1)(x-4)(x-7) = 280$;

д) $(x+7)(x+5)(x-3)(x-1) = 297$.

Решить системы уравнений

1.1.11. а) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x + y = 3; \end{cases}$ б) $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}, \\ xy = 8; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ y - x = 2; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x^2y + y^2x = 6, \\ xy = 2; \end{cases}$ д) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 5, \\ x - y = 1. \end{cases}$

1.1.12. а) $\begin{cases} x + xy + y = 5, \\ x^2 + xy + y^2 = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = x + y + 72, \\ xy - 29 = x + y; \end{cases}$

Тенсизликларни ечинг

$$4) \frac{2}{2x+1} \leq \frac{4-3x}{x+2}; \quad 5) 4 + \frac{1}{2-x} \geq x; \quad 6) \frac{8x+31}{x+7} < \frac{9}{1-x}.$$

$$\begin{aligned} 19. \quad 1) 2 - \frac{x-3}{x-2} &> \frac{x-2}{x-1}; & 2) 3 - \frac{2x-17}{x-5} &> \frac{x-5}{x+2}; \\ 3) \frac{8+4x}{x^2+4x} &\leq \frac{2}{x} + \frac{3}{x+4}; & 4) \frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} &\geq \frac{2x-1}{x^3+1}; \\ 5) \frac{x}{x^2+7x+12} &< \frac{x}{x^2+3x+2}; & 6) \frac{x^2}{x^2+2x+1} &\geq \frac{-x}{x^2-2x-3}. \end{aligned}$$

$$20. \quad 1) 2x^2 + 2x + 1 - \frac{15}{x^2+x+1} < 0;$$

$$2) \frac{1}{x^2+2x+2} - \frac{1}{x^2+2x+3} < \frac{1}{6}.$$

$$21. \quad 1) \frac{5x+4}{5x^2-6x+1} < \frac{1}{x-2}; \quad 2) \frac{1}{(x+4)(x+2)} \geq \frac{1}{(x+4)(3-x)};$$

$$3) \frac{x+5}{x-5} \left(\frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x+10} \right) \geq 0; \quad 4) \frac{x-3}{x+4} \left(\frac{1}{3x+2} - \frac{1}{3x+6} \right) \leq 0.$$

$$22. \quad 1) \frac{x^2 + \left(\frac{11}{23} + \frac{5}{6} \right)x + \frac{55}{138}}{3x+5} \geq 0; \quad 2) \frac{5}{4-x} + \frac{1}{x-4} \geq \frac{2x}{7-x};$$

$$3) \frac{10}{x-3} + \frac{1}{3-x} \geq \frac{6x}{x-5}.$$

$$23. \quad 1) \frac{1}{\frac{3}{x-1} - \frac{1}{x+3}} \leq (x-1)(x+3);$$

$$2) \left(\frac{1}{4} + \frac{x-1}{x-3} \right) : \left(\frac{1}{\frac{x+2}{x+3} - \frac{1}{3}} + 1 \right) \geq 0;$$

Иррационал тенгламаларни ечинг

1.6. Иррациональные уравнения

Решить уравнения

1.6.1. а) $3\sqrt[3]{2x-3}=10+\sqrt[6]{2x-3}$; б) $\sqrt[4]{x+13}+20=\sqrt{x+13}$;

в) $3\sqrt[3]{x+4}-2\sqrt[6]{x+4}=8$; г) $2\sqrt{x-2}-\sqrt[4]{x-2}=15$;

д) $2\sqrt{4x-1}+\sqrt[4]{4x-1}=3$.

1.6.2. а) $\sqrt[3]{\frac{2x+3}{2x+1}}-\sqrt[3]{\frac{2x+1}{2x+3}}=\frac{3}{2}$; б) $\sqrt{\frac{x+3}{x+6}}+\sqrt{\frac{x+6}{x+3}}=\frac{5}{2}$;

в) $\sqrt{\frac{x-2}{x-1}}-\sqrt{\frac{1-x}{2-x}}=\frac{5}{6}$; г) $\sqrt[3]{\frac{x+7}{x-7}}+\sqrt[3]{\frac{x-7}{x+7}}=\frac{5}{2}$;

д) $\sqrt{\frac{1-x}{x+2}}-\sqrt{\frac{x+2}{1-x}}=\frac{8}{3}$.

1.6.3. а) $\sqrt{x+7}=5-x$; б) $\sqrt{x+6}=-x$; в) $\sqrt{3-x}=x+9$;

г) $\sqrt{x-9}=x-11$; д) $\sqrt{x-6}=8-x$.

1.6.4. а) $\sqrt{-x^3+5x+13}=2x^3-10x-23$;

б) $\sqrt{x^3-4x+24}=4x-x^3-12$;

в) $\sqrt{x^3+x+15}=2x^3+2x-15$;

г) $\sqrt{x^3+x-4}=x^3+x-60$;

д) $\sqrt{-3x^3-x+5}=3x^3+x+7$.

1.6.5. а) $\sqrt{4+5\sqrt{x+2}}=x+4$; б) $\sqrt{9+7\sqrt{x+5}}=x+8$;

в) $\sqrt{1+3\sqrt{x+4}}=x+5$; г) $\sqrt{16+9\sqrt{x+3}}=x+7$;

д) $\sqrt{25+11\sqrt{x+1}}=x+6$.

Курсаткичли тенгламалар

1.8.8. а) $4^{\sqrt{2x-3}} - 2^{\sqrt{2x-3}} = 12$; б) $9^{\sqrt{5-x}} + 2 \cdot 3^{\sqrt{5-x}} = 15$;

в) $25^{\sqrt{x+4}} - 4 \cdot 5^{\sqrt{x+4}} = 5$; г) $4^{\sqrt{3x-6}} - 6 \cdot 2^{\sqrt{3x-6}} = 16$;

д) $9^{\sqrt{6-2x}} - 7 \cdot 3^{\sqrt{6-2x}} = 18$.

1.8.9. а) $\left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}\right)^x + \left(\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^x = 6$;

б) $\left(\sqrt[3]{4+\sqrt{15}}\right)^{2x} + \left(\sqrt[3]{4-\sqrt{15}}\right)^{2x} = 8$;

в) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^{5x} + \left(\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)^{5x} = 10$;

г) $\left(\sqrt[3]{6-\sqrt{35}}\right)^{4x} + \left(\sqrt[3]{6+\sqrt{35}}\right)^{4x} = 12$;

д) $\left(\sqrt{9-4\sqrt{5}}\right)^x + \left(\sqrt{9+4\sqrt{5}}\right)^x = 18$.

.8.10. а) $3 \cdot 16^x + 36^x = 2 \cdot 81^x$; б) $25 \cdot 9^x - 34 \cdot 15^x + 9 \cdot 25^x = 0$;

в) $4 \cdot 81^x - 3 \cdot 16^x - 4 \cdot 36^x = 0$; г) $12 \cdot 9^x - 25 \cdot 12^x + 12 \cdot 16^x =$

д) $5 \cdot 4^x - 7 \cdot 10^x + 2 \cdot 25^x = 0$.

.8.11. а) $12^x + 18 = 2 \cdot 3^x + 9 \cdot 4^x$; б) $4 \cdot 3^x - 6^x + 3 \cdot 2^x = 12$;

в) $15^x + 9 = 9 \cdot 5^x + 3^x$; г) $8 \cdot 5^x + 5 \cdot 2^x = 40 + 10^x$;

д) $30^x + 180 = 36 \cdot 5^x + 5 \cdot 6^x$.

.8.12. а) $x^2 \cdot 3^{x-2} + 3^{\sqrt{x}+2} = 3^x + x^2 \cdot 3^{\sqrt{x}}$;

б) $x^2 \cdot 4^{\sqrt{2-x}} + 4^{2-x} = 4^{\sqrt{2-x}+2} + x^2 \cdot 2^{-2x}$;

в) $x^2 \cdot 2^{2\sqrt{6-x}} + 4^{2-x} = 16 \cdot 4^{\sqrt{6-x}} + x^2 \cdot 2^{-2x}$;

г) $3^{\sqrt{x+5}+2} + x^2 \cdot 3^{x+3} = 3^{x+5} + x^2 \cdot 3^{\sqrt{x+5}}$;

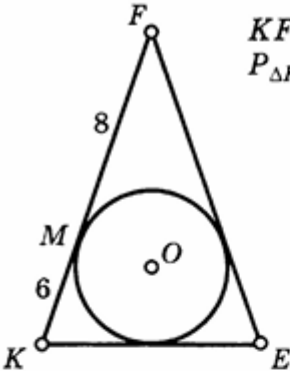
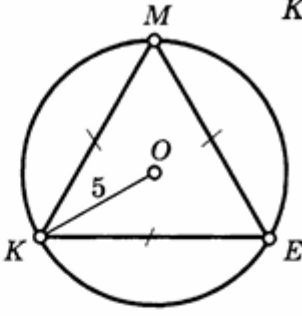
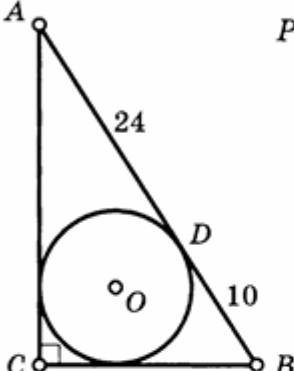
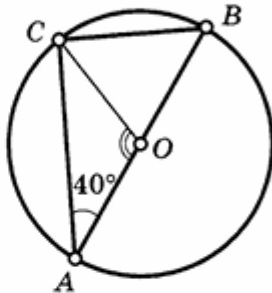
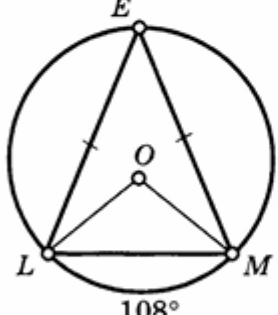
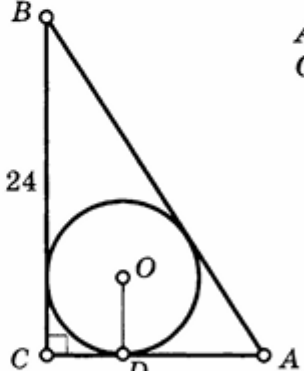
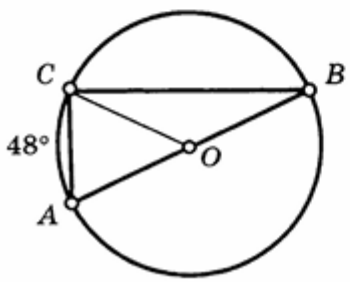
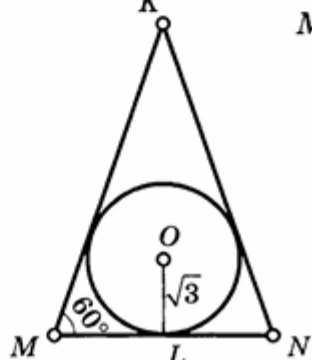
д) $x^2 \cdot 5^{\sqrt{5x-4}} + 5^{x+2} = 25 \cdot 5^{\sqrt{5x-4}} + x^2 \cdot 5^x$.

Логарифмлик тенламалар

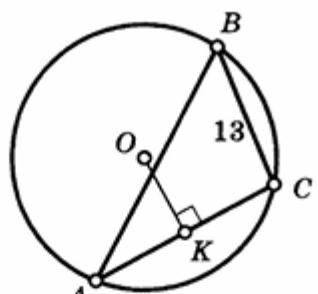
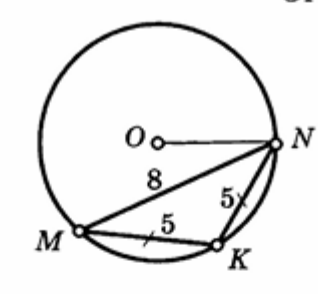
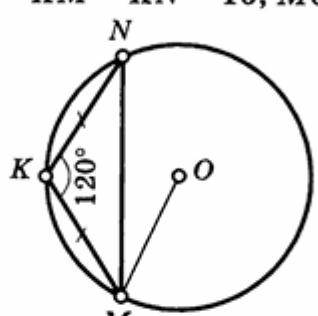
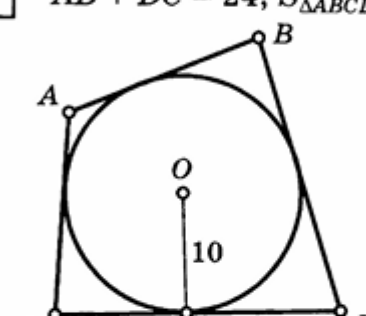
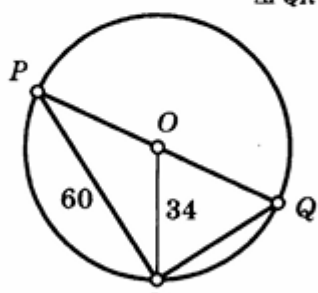
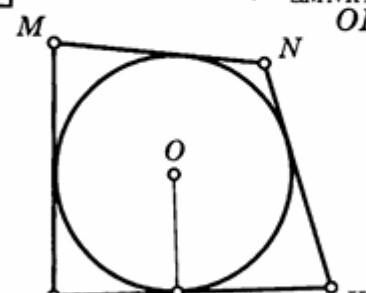
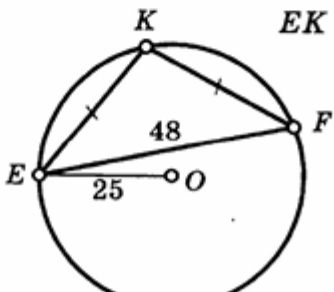
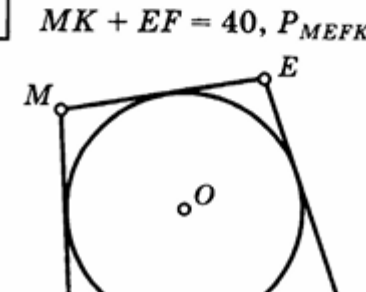
- 1.10.6. а) $\log_2 x + \log_2 (x-1) - \log_2 (x+5) = 1$;
б) $\log_3 x + \log_3 (x-3) - \log_3 (x+9) = 1$;
в) $\log_4 x + \log_4 (x+1) - \log_4 (9-x) = 1$;
г) $\log_6 x + \log_6 (x-1) - \log_6 (x+3) = 1$;
д) $\log_4 x + \log_4 (x+2) - \log_4 (10-x) = 1$.
- 1.10.7. а) $\log_3 (x^2 - 6x) - \log_9 (x-6)^2 = 2$;
б) $\log_2 (x^2 - 5x) - \log_4 (x-5)^2 = 3$;
в) $\log_5 (x^2 - 7x) - \log_{25} (x-7)^2 = 2$;
г) $\log_4 (x^2 - 8x) - \log_{16} (x-8)^2 = 3$;
д) $\log_6 (x^2 - 4x) - \log_{36} (x-4)^2 = 1$.
- 1.10.8. а) $\log_3 x = 6 \cdot \log_{3x} 3$; б) $\log_5 x = 8 \cdot \log_{25x} 5$;
в) $\log_2 x = 12 \cdot \log_{x/2} 2$; г) $\log_3 x = 10 \cdot \log_{27x} 3$;
д) $\log_2 x = 2 \cdot \log_{2x} 2$.
- 1.10.9. а) $\log_6 x - 12 \cdot \log_x 6 = -1$; б) $\log_3 x + 10 \cdot \log_x 3 = 7$;
в) $\log_4 x + 6 \cdot \log_x 4 = -5$; г) $\log_5 x + 8 \cdot \log_x 5 = 6$;
д) $\log_2 x + 12 \cdot \log_x 2 = 8$.
- 1.10.10. а) $\log_{\sqrt{3}} x \cdot \sqrt{2 + \log_x 9} = 4$; б) $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \sqrt{6 - \log_x 4} = 4$;
в) $\log_{\sqrt[3]{3}} x \cdot \sqrt{6 + \log_x 27} = 9$; г) $\log_{\sqrt[3]{2}} x \cdot \sqrt{12 - \log_x 8} = 9$;
д) $\log_{\sqrt{5}} x \cdot \sqrt{2 - \log_x 25} = 4$.
- 1.10.11. а) $\log_2 \sqrt{x} + 2\sqrt{\log_2 x} = 6$; б) $\log_2 \sqrt[3]{x} + 4\sqrt{\log_2 x} = 15$;
в) $\log_3 \sqrt[4]{x} + 3\sqrt{\log_3 x} = 7$; г) $\log_3 \sqrt{x} + \sqrt{\log_3 x} = 4$;
д) $\log_4 \sqrt[4]{x} + 2\sqrt{\log_4 x} = 5$.

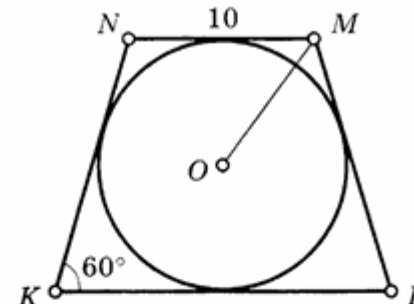
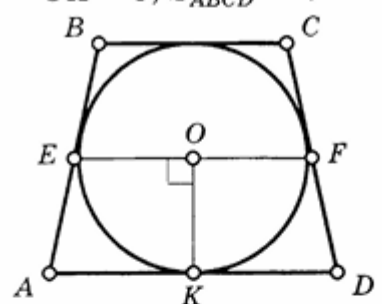
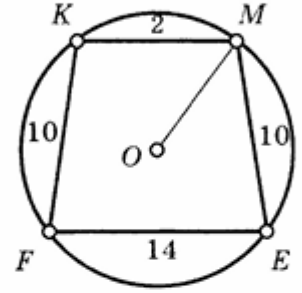
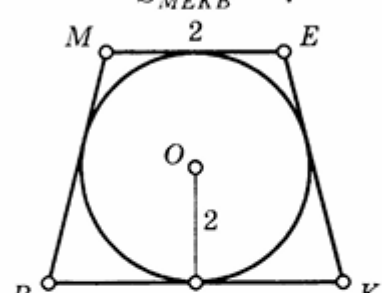
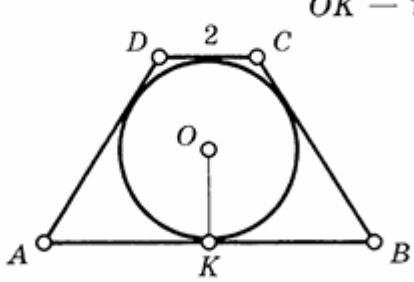
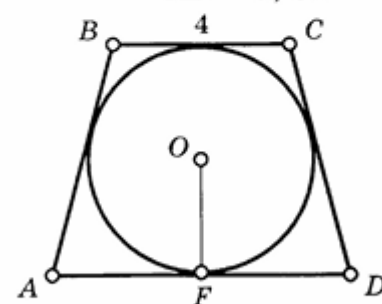
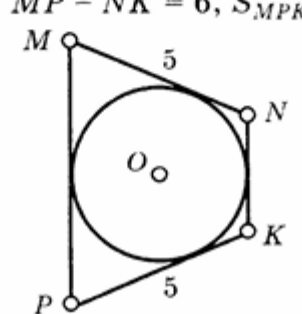
Учбурчак ва айланаларга доир масалалар

Продолжение табл. 23

5  $KF = EF$ $P_{\triangle KFE} = ?$	9  $KE = ?$
6  $P_{\triangle ABC} = ?$	10  $\angle AOC = ?$
7  $\angle L, \angle M, \angle E = ?$	11  $AC = 10$ $OD = ?$
8  $\angle A, \angle B, \angle ACB = ?$	12  $MN = ?$

21 $S_{\triangle REF} = ?$	25 $KE = ?$
22 $S_{\triangle ABC} = ?$	26 $AB = BC = AC, BD = ?$
23 $P_{\triangle ABC} = ?$	27 $MO = ?$
24 $QN = 10$ $MN = 20$ $MQ = 24$ $TN = ?$	28 $OT = ?$

45 $OK = 12, AC = 20, \sin \angle A = ?$ 	49 $ON = ?$ 
46 $KM = KN = 16, MO = ?$ 	50 $AB + DC = 24, S_{\triangle ABCD} = ?$ 
47 $S_{\triangle PQR} = ?$ 	51 $MN + LK = 20, S_{\triangle MNKL} = 24$ $OE = ?$ 
48 $EK = ?$ 	52 $MK + EF = 40, P_{MEFK} = ?$ 

69 $MN \parallel KL, KN = NM = ML = 10, MO - ?$ 	73 $BC \parallel AD, AB = CD, EF = 8, OK = 5, S_{ABCD} - ?$ 
70 $KM \parallel FE, MO - ?$ 	74 $ME \parallel BK, MB = EK, S_{MEKB} - ?$ 
71 $ABCD - \text{трапеция}$ $AD \parallel BC, AB = 18$ $OK - ?$ 	75 $AD \parallel BC, AB = CD$ $AD = 9, OF - ?$ 
72 $MP \parallel NK, MN = PK$ $MP - NK = 6, S_{MPKN} - ?$ 	76 $EF \parallel TR, TR - EF = 14$ $S_{TRFE} - ?$ 