

1. Evklid keńisligi. Evklid keńisligi. Koshi-Bunyakovskiy tengsizligi. Ortogonal hám ortonormal sistemalar.
2. Inersiya názamı. Oń anıqlanğan kvadratlıq formalar. Inersiya nızamı.
3. Kompleks keńislikdegi bisızıqlı formalar.
4. Kompleks vektor keńisliklerinde skalyar kóbeyme. Kompleks Evklid keńislikleri.
5. Kvadratlıq forma. Kvadratlıq formanı kanonikalıq kóriniske keltiriw usılları.
6. Ortogonal tolıqtırıwshı. Ortogonal tolıqtırıwshı hám ortogonal proekciya.
7. Sızıqlı hám Evklid keńislikleriniń izomorfizmi. Ortogonallastırıw procesi. Sızıqlı hám Evklid keńislikleriniń izomorfizmi.
8. Sızıqlı keńislikler. Sızıqlı keńislikler. Sızıqlı keńisliktiń ólshemi hám bazisi.
9. Sızıqlı úles keńislik. Úles keńislikler qosındısı hám kesilispesi. Sızıqlı úles keńislik. Úles keńislikler tuwrı qosındısı. Úles keńislikler qosındısı hám kesilispesi.
10. Sızıqlı, bisızıqlı hám kvadratlıq formalar. Sızıqlı, bisızıqlı hám kvadratlıq formalar. Bazis ózgergende bisızıqlı forma matricasınıń ózgeriwi.
11. Haqıyqıy Evklid keńisliginde sızıqlı túrlendiriwler. Ortogonal túrlendiriwler.
12. Invariant úles keńislikler. Sızıqlı túrlendiriwdiń menshikli san hám menshikli vektorları.
13. Keri túrlendiriw. Sızıqlı túrlendiriwler obrazı hám yadrosı. Hár túrli bazislerde sızıqlı túrlendiriw matricaları arasındagı baylanıs.
14. O'z-ara orın almasıwshı túrlendiriwler. Normal túrlendiriwler hám olardıń kanonikalıq ko'rinisi.
15. O'z-o'zine túyinles túrlendiriwler hám olardıń kanonikalıq forması.
16. Sızıqlı túrlendiriwler hám olardıń matricası. Sızıqlı túrlendiriwler ústinde ámeller.
17. Túyinles túrlendiriw. Berilgen túrlendiriwge túyinles túrlendiriw.
18. Unitar túrlendiriwler, olardıń menshikli sanları hám kanonikalıq ko'rinisi.
19. $-x_1^2 - 19x_2^2 - 20x_3^2 + 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 30x_2x_3$ kvadratikalıq formanı Lagranj metodi járdeminde kanonikalıq kóriniske keltiriń.
20. $x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4$ kvadratlıq formalarđı matricalıq usılda kanonikalıq hám normal kóriniske keltiriń.
21. λ niń qanday mánisinde $\vec{d} = (8, \lambda, 4)$ vektordı $\vec{a} = (-2, -1, 2)$, $\vec{b} = (3, 1, 2)$, $\vec{c} = (1, -1, 2)$ vektorlar arqalı sızıqlı kombinaciyalaw múmkin?
22. λ niń qanday mánisinde $\vec{d} = (3 - 3\lambda)\vec{e}_1 + (\lambda + 2)\vec{e}_2 - 4\vec{e}_3$ vektordı $\vec{a} = 3\vec{e}_1 + \lambda\vec{e}_2 + 4\vec{e}_3$, $\vec{b} = \lambda\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + 3\vec{e}_3$, $\vec{c} = 5\vec{e}_2 + \vec{e}_3$ vektorlar arqalı sızıqlı kombinaciyalaw múmkin?
23. $(f, g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx$ skalyar kóbeymeden paydalanıp $f(x) = \sin 2x$ vektordıń uzınlıgın tabıń.
24. $(f, g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx$ skalyar kóbeymeden paydalanıp $f(x) = e^{2x}$ vektordıń uzınlıgın tabıń.
25. $(f, g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx$ skalyar kóbeymeden paydalanıp $f(x) = x$ vektordıń uzınlıgın tabıń.
26. $(f, g) = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx$ skalyar kóbeymeden paydalanıp $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin 2x$ vektorlardıń skalyar kóbeymesin tabıń.
27. \mathbb{R}_4 te $M = \{(-1, 2, 0, 1), (0, -1, 1, 0), (0, 0, -1, 1)\}$ vektorlar sistemasın ortogonal hám ortonormal kóriniske keltiriń.

28. $\vec{d} = (1, 0, -1)$ vektordı $\vec{a} = (3, 1, 2)$, $\vec{b} = (-3, 1, 0)$, $\vec{c} = (-1, 2, 4)$ vektorlardıń sıızıqlı kombinaciyası sıpatında kórsetip bolama?
29. $\vec{f}_1 = (1, 1, 0, 0)$, $\vec{f}_2 = (1, 0, 1, 1)$ vektorlar sistemasın E^n keńisliktiń ortogonal bazisine shekem tolıqtırın.
30. $\vec{a} = (0, 7, \alpha, 1)$, $\vec{b} = (1, 2, 5, 2)$, $\vec{c} = (0, 0, -1, 3)$ parametr α nıń qanday mánisinde vektorlar sıızıqlı baylanıslı boladı?
31. $a_1(1, 1, 1)$, $a_2(0, 1, 0)$, $a_3(1, 0, 2)$ vektorlar sistemasınıń Gram matricasını tabıń.
32. $(2 - 3i, 1 + i, 1 - 2i)$, $(1 - i, 3 - 2i, 1 + i)$ vektorlar sistemasın ortonormal sistemaǵa keltiriń.
33. $\vec{x} = (5, 0, -12, 0)$, $\vec{y} = (-3, 1, 0, 2)$ vektorları berilgen. \vec{x} hám \vec{y} vektorlarınıń normasını, skalyar kóbeymesin hám olar arasındaǵı φ múyeshtiń kosinusın tabıń.
34. $\vec{x} = (2, -1)$, $\vec{y} = (0, -3)$ vektorları berilgen. \vec{x} hám \vec{y} vektorlarınıń normasını, skalyar kóbeymesin hám olar arasındaǵı φ múyeshtiń kosinusın tabıń.
35. $(1, 1, -1, -1)$, $(1, 1, 1, 1)$, $(-1, 1, 1, -1)$ vektorlar sisteması ortogonal sistema bolsa, onı ortonormal sistemaǵa keltiriń.
36. E^n sistema vektorları berilgen: $(1, 1, -1, 2)$, $(-1, -2, 3, -3)$, $(1, -2, 1, 2)$. Bul vektorlar sistemasın ortogonal bazislik vektorlar sistemasına shekem tolıqtırın.
37. Evklid keńisligindegi $\vec{f}_1 = (1, 0, 0)$, $\vec{f}_2 = (0, 1, -1)$, $\vec{f}_3 = (1, 1, 1)$ vektorlar sistemasın ortonormal sistemaǵa keltiriń.
38. Unitar keńislikte $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ vektorları ortonormal bazis bolsa hám $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3) = 3i \cdot \vec{e}_1 + 2 \cdot \vec{e}_2 + i \cdot \vec{e}_3$, $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3) = i \cdot \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + 2i \cdot \vec{e}_3$ vektorlar berilgen bolsa, (\vec{a}, \vec{b}) skalyar kóbeymeni tabıń.
39. \vec{e}_1, \vec{e}_2 bazisi arqalı ańlatılǵan $\vec{a}_1 = \vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$, $\vec{a}_2 = 3\vec{e}_1 + 5\vec{e}_2$, $\vec{b}_1 = 7\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{b}_2 = \vec{e}_2$ vektorlar berilgen. \vec{a}_1, \vec{a}_2 bazisten \vec{b}_1, \vec{b}_2 baziske ótiw matricasını tabıń.
40. $x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_1x_4 - 2x_2x_3 + 6x_2x_4 - 4x_3x_4$ kvadratikalıq formanı Lagranj metodi járdeminde kanonikalıq kóriniske keltiriń.
41. $x_1^2 - 2x_2^2 + 3x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$ kvadratlıq formalardı matricalıq usılda kanonikalıq hám normal kóriniske keltiriń.
42. $x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 4x_1x_2 + x_1x_3 + 2x_2x_3$ kvadratlıq formanı menshikli sanlardan paydalanıp kanonikalıq hám normal kóriniske keltiriń.
43. $x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3 + 2x_1x_4 - 2x_2x_3 + 6x_2x_4 - 4x_3x_4$ kvadratlıq formanıń belgisin anıqlań.
44. $-x_1^2 - 19x_2^2 - 20x_3^2 + 2x_1x_2 - 6x_1x_3 + 30x_2x_3$ kvadratlıq formanıń belgisin anıqlań.
45. \mathbb{R}_4 te $M = \{(-2, 1, 1, -1), (0, 1, 1, 0), (-1, 2, 0, -1)\}$ vektorlar sisteması sıızıqlı baylanıssız bolama?
46. ABC úshmúyeshlik óziniń koordinataları menen berilgen: $A(2, 4, 2, 4, 2)$, $B(6, 4, 4, 4, 6)$, $C(5, 7, 5, 7, 2)$. ABC úshmúyeshliktiń tárepleriniń uzınlıqların hám ishki múyeshlerin tabıń.
47. $\vec{d} = (1, 1, 1)$ vektordı $\vec{a} = (2, 0, -2)$, $\vec{b} = (3, -1, 1)$, $\vec{c} = (-2, 1, 0)$ vektorlardıń sıızıqlı kombinaciyası sıpatında kórsetip bolama?
48. $\vec{f}_1 = (-1, 1, -1, 0)$, $\vec{f}_2 = (2, 0, -1, 1)$ vektorlar sistemasın E^n keńisliktiń ortogonal bazisine shekem tolıqtırın.
49. $\vec{a} = (3 - \alpha, 4)$, $\vec{b} = (2, \alpha)$ parametr α nıń qanday mánisinde vektorlar sıızıqlı baylanıslı boladı?
50. $(3, -2)$, $(-1, 2)$ vektorlarınan dúzilgen parallelogramnıń maydanın tabıń.
51. $\vec{a} = (0, 7, \alpha, 1)$, $\vec{b} = (1, 2, 5, 2)$, $\vec{c} = (0, 0, -1, 3)$ parametr α nıń qanday mánisinde vektorlar sıızıqlı baylanıslı boladı?

52. $\vec{a} = (3, \alpha)$, $\vec{b} = (\alpha, 1)$, $\vec{c} = (0, 5)$ parametr α nıń qanday mánisinde vektorlar sıızıqlı baylanıslı boladı?
53. $a_1(1, 0, 0)$, $a_2(1, 1, 0)$, $a_3(1, 1, 1)$ vektorlar sistemasın ortogonal hám ortonormal kóriniske keltiriń.
54. $(1, 3)$, $(3, -1)$ vektorlar sisteması ortogonal sistema bolsa, onı ortonormal sistemaǵa keltiriń.
55. $(4 - 2i, 3 + i, -1 + 2i)$, $(2 + i, -3 + 2i, 1 + 2i)$ vektorlar sistemasın ortonormal sistemaǵa keltiriń.
56. $\vec{x} = (0, 3, 1)$, $\vec{y} = (-1, 0, 2)$ vektorları berilgen. \vec{x} hám \vec{y} vektorlarınıń normasın, skalyar kóbeymesin hám olar arasındaqı φ múyeshtiń kosinusın tabıń.
57. $(2, 0, 0)$, $(0, -3, 0)$, $(0, 0, 4)$ vektorlar sisteması ortogonal sistema bolsa, onı ortonormal sistemaǵa keltiriń.
58. Evklid keńisligindegi $\vec{f}_1 = (1, 0, -1)$, $\vec{f}_2 = (0, -1, 1)$, $\vec{f}_3 = (-1, 1, 0)$ vektorlar sistemasın ortonormal sistemaǵa keltiriń.

59. M matricası tómendegishe kóriniste bolǵan hám haqıyqıy koefficientli \mathbb{R}^4 sıızıqlı keńislikte A sıızıqlı operator $Ax = Mx$ qaǵıyda menen berilgen. Berilgen operatordıń

rangin, yadro hám obrazı bazisin tabıń.
$$M = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

60. M matricası tómendegishe kóriniste bolǵan hám haqıyqıy koefficientli \mathbb{R}^4 sıızıqlı keńislikte A sıızıqlı operator $Ax = Mx$ qaǵıyda menen berilgen. Berilgen operatordıń

rangin, yadro hám obrazı bazisin tabıń.
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

61. A sıızıqlı operator $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x^2$ baziste A_f matricaǵa iye. A sıızıqlı

operatordıń g_1 , g_2 , g_3 baziste A_g matricasın tabıń.
$$A_f = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$g_1(x) = 1 + 2x;$$

$$g_2(x) = -1 + 2x + x^2;$$

$$g_3(x) = -1 + x + x^2.$$

62. A sıızıqlı operator $f_1(x) = 1$, $f_2(x) = x$, $f_3(x) = x^2$ baziste A_f matricaǵa iye. A sıızıqlı

operatordıń g_1 , g_2 , g_3 baziste A_g matricasın tabıń.
$$A_f = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$g_1(x) = -3 + x + 2x^2;$$

$$g_2(x) = -2 + x + x^2;$$

$$g_3(x) = -2 + x^2.$$

63. A sızılı operator $f_1(x)=1$, $f_2(x)=x$, $f_3(x)=x^2$ baziste A_f matricasına iye. A sızılı

operatordın g_1, g_2, g_3 baziste A_g matricasın tabın. $A_f = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$;

$$g_1(x) = -1 + 2x - 2x^2;$$

$$g_2(x) = -1 + x;$$

$$g_3(x) = 2 - 2x + x^2.$$

64. A sızılı operatordın e bazistegi matricası A_e bolsa hám e bazistın vektorlarını u bazis vektorları menen sızılı kombinaciyasıberilgen bolsa, A sızılı operatordın u bazistegi

matricası A_u dı tabın. $A_e = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$; $e_1 = u_1 + u_2 - u_3$;
 $e_2 = u_1 + 2u_2 - u_3$;
 $e_3 = 2u_2 + u_3$.

65. A sızılı operatordın e bazistegi matricası A_e bolsa hám e bazistın vektorlarını u bazis vektorları menen sızılı kombinaciyasıberilgen bolsa, A sızılı operatordın u bazistegi

matricası A_u dı tabın. $A_e = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $e_1 = u_1 + 2u_2 - 2u_3$;
 $e_2 = u_2 - u_3$;
 $e_3 = 2u_1 + 2u_2 - u_3$.

66. A sızılı operatordın e bazistegi matricası A_e bolsa hám e bazistın vektorlarını u bazis vektorları menen sızılı kombinaciyasıberilgen bolsa, A sızılı operatordın u bazistegi

matricası A_u dı tabın. $A_e = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$; $e_1 = u_1 - u_2 - u_3$;
 $e_2 = 2u_1 - u_2 - u_3$;
 $e_3 = -u_1 + 2u_3$.

67. A sızılı operatordın e bazistegi matricası A_e bolsa, A sızılı operatordın u bazistegi

matricası A_u dı tabın. $A_e = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; $e_1 = (1; -2; 0)$; $u_1 = (2; 1; 1)$;
 $e_2 = (1; 3; 1)$; $u_2 = (3; -3; 1)$;
 $e_3 = (1; 2; 1)$; $u_3 = (1; -3; 0)$.

68. A sızılı operatordın e bazistegi matricası A_e bolsa, A sızılı operatordın u bazistegi

matricası A_u dı tabın. $A_e = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$; $e_1 = (1; -1; 1)$; $u_1 = (2; -3; 0)$;
 $e_2 = (-1; 1; 0)$; $u_2 = (-1; 2; 1)$;
 $e_3 = (2; -3; 1)$; $u_3 = (3; -4; 2)$.

69. A sızılı operatordın e bazistegi matricası A_e bolsa, A sızılı operatordın u bazistegi

matricası A_u dı tabın. $A_e = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$; $e_1 = (-2; 3; 3)$; $u_1 = (1; -3; -3)$;
 $e_2 = (0; 3; 2)$; $u_2 = (-2; 1; 2)$;
 $e_3 = (-1; 1; 1)$; $u_3 = (1; 1; 0)$.

70. A sızılıqlı operatordıń e bazistegi matricası A_e bolsa, B sızılıqlı operatordıń u bazistegi matricası B_u berilgen bolsa, onda $A + B$ hám $A - 2B$ sızılıqlı operatordıń u bazistegi matricasını tabıń. $A_e = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$; $B_u = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$; $e_1 = (-3; -2)$; $u_1 = (-4; -3)$; $e_2 = (2; 1)$; $u_2 = (-1; -1)$.
71. A sızılıqlı operatordıń e bazistegi matricası A_e bolsa, B sızılıqlı operatordıń u bazistegi matricası B_u berilgen bolsa, onda $A + B$ hám $A - 2B$ sızılıqlı operatordıń u bazistegi matricasını tabıń. $A_e = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; $B_u = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$; $e_1 = (-1; -1)$; $u_1 = (3; 2)$; $e_2 = (2; 1)$; $u_2 = (4; 3)$.
72. A sızılıqlı operatordıń e bazistegi matricası A_e bolsa, B sızılıqlı operatordıń u bazistegi matricası B_u berilgen bolsa, onda $A + B$ hám $A - 2B$ sızılıqlı operatordıń u bazistegi matricasını tabıń. $A_e = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$; $B_u = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$; $e_1 = (-2; -3)$; $u_1 = (-3; -5)$; $e_2 = (1; 1)$; $u_2 = (-1; -2)$.
73. V úsh ólshemli haqıyqıy sızılıqlı keńislikte a_1 vektordı b_1 vektorǵa, a_2 vektordı b_2 vektorǵa, a_3 vektordı b_3 vektorǵa ótkiziwshi sızılıqlı operator berilgen. Bul vektorlar tómendegishe koordinataları menen berilgen bolsa, bul vektorlardıń berilgen bazistegi matricasını tabıń. Bul jerde $a_1 = (2; -1; 3)$, $a_2 = (-1; 1; 0)$, $a_3 = (1; -1; 1)$; $b_1 = (-3; 3; -2)$, $b_2 = (3; 1; 3)$, $b_3 = (-2; 0; -2)$.
74. V úsh ólshemli haqıyqıy sızılıqlı keńislikte a_1 vektordı b_1 vektorǵa, a_2 vektordı b_2 vektorǵa, a_3 vektordı b_3 vektorǵa ótkiziwshi sızılıqlı operator berilgen. Bul vektorlar tómendegishe koordinataları menen berilgen bolsa, bul vektorlardıń berilgen bazistegi matricasını tabıń. Bul jerde $a_1 = (-3; -2; 0)$, $a_2 = (4; -2; 1)$, $a_3 = (2; -3; 1)$; $b_1 = (-1; 1; 3)$, $b_2 = (4; -3; -3)$, $b_3 = (3; -2; -1)$.
75. V úsh ólshemli haqıyqıy sızılıqlı keńislikte a_1 vektordı b_1 vektorǵa, a_2 vektordı b_2 vektorǵa, a_3 vektordı b_3 vektorǵa ótkiziwshi sızılıqlı operator berilgen. Bul vektorlar tómendegishe koordinataları menen berilgen bolsa, bul vektorlardıń berilgen bazistegi matricasını tabıń. Bul jerde $a_1 = (4; 4; -1)$, $a_2 = (1; -1; 2)$, $a_3 = (0; -1; 1)$; $b_1 = (-2; -1; 3)$, $b_2 = (-2; 4; 1)$, $b_3 = (-1; 2; 0)$.
76. $A: \mathbb{C}[x]_3 \rightarrow \mathbb{C}[x]_3$ sızılıqlı operator $\mathbb{C}[x]_3$ sızılıqlı keńislikte dárejesi 3 ten úlken bolmaǵan kompleks koefficientli kópaǵzalı tómendegishe kórinistegi qaǵıyda menen berilgen. Berilgen operatordıń rangın, yadro hám obrazı bazisin tabıń. $(Af)(x) = (-3 + 2x^3)f'''(x) + (3 + 3x - x^2)f''(x) + (-1 - x)f'(x) + f(x)$.
77. $A: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ sızılıqlı operator tómendegishe qaǵıyda menen berilgen, bul jerde $X \in M_2(\mathbb{R})$. Berilgen operatordıń rangın, yadro hám obrazı bazisin tabıń. $AX = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}X + X \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

78. $A: M_2(\mathbb{R}) \rightarrow M_2(\mathbb{R})$ sızılı operator tómendegishe qáğıyda menen berilgen, bul jerde $X \in M_2(\mathbb{R})$. Berilgen operatordıń rangin, yadro hám obrazı bazisin tabıń.

$$AX = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X + X \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$