

## Алгебра и теория чисел 2-курс

1. Кольцо полиномов от нескольких переменных.
2. Нормальное представление полинома и степень полинома.
3. Симметрические полиномы.
4. Лексикографическое упорядочение членов полинома.
5. Лемма о высшем члене произведения двух полиномов.
6. Леммы о симметрических полиномах.
7. Основная теорема о симметрических полиномах.
8. Результант полиномов и исключение переменных.
9. Полиномы над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел.
10. Полиномы над полем рациональных чисел и алгебраические числа.
11. Алгебра линейных операторов.
12. Матрицы линейного оператора в различных базисах.
13. Определитель и след линейного оператора.
14. Инвариантные подпространства.
15. Собственные векторы. Характеристический многочлен.
- 16-20. Вычислить результат многочленов:
  16.  $x^3 - 3x^2 + 2x + 1$  и  $2x^2 - x - 1$ ;
  17.  $2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$  и  $x^2 + x + 3$ ;
  18.  $2x^3 - 3x^2 - x + 2$  и  $x^4 - 2x^2 - 3x + 4$ ;
  19.  $3x^3 + 2x^2 + x + 1$  и  $2x^3 + x^2 - x - 1$ ;
  20.  $2x^4 - x^3 + 3$  и  $3x^3 - x^2 + 4$ .
- 21-25. Исключить  $x$  из системы уравнений:
  21. 
$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 3, \\ x^2 y + xy^2 = 6; \end{cases}$$
  22. 
$$\begin{cases} x^3 - xy - y^3 + y = 0, \\ x^2 + x - y^2 = 1; \end{cases}$$
  23. 
$$\begin{cases} y^2 - 7xy + 4x^2 + 13x - 2y - 3 = 0, \\ y^2 - 14xy + 9x^2 + 28x - 4y - 5 = 0; \end{cases}$$
  24. 
$$\begin{cases} y^2 + x^2 - y - 3x = 0, \\ y^2 - 6xy - x^2 + 11y + 7x - 12 = 0; \end{cases}$$
  25. 
$$\begin{cases} 5y^2 - 6xy + 5x^2 - 16 = 0, \\ y^2 - xy + 2x^2 - y - x - 4 = 0. \end{cases}$$
- 26-30. Найти собственные значения и собственные векторы линейных операторов, заданных в некотором базисе матрицами:

$$26. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$27. \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix};$$

$$28. \begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix};$$

$$29. \begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix};$$

$$30. \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 5 & -3 \\ 4 & -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$