

4-G funksional analiz bo'yicha YN savollar bazasi

Nazariy savollar:

1. O'lchovlar nazariyasi elementlari.
2. Metrik fazo va undagi ochiq, yopiq to'plamlar.
3. Metrik fazoda fundamental ketma-ketlik. To'la metrik fazo tushunchasi. To'ldiruvchi fazo haqidagi teorema.
4. Qisqartirib akslantirish prinsipi.
5. Qisqartirib akslantirish prinsipining ayrim tadbirlari.
6. Separabel fazolar.
7. Metrik fazoda kompaklik tushunchasi.

Amaliy masalalar:

1. O'nli kasr yozuvida kamida bitta 3 raqami qatnashgan $[0, 1]$ kesmadagi barcha sonlar to'plamining Lebeg o'lchovini toping.
2. Haqiqiy sonlar to'plamida metrikani $\rho(x, y) = \arctg|x - y|$ ko'rinishda aniqlash mumkinligini ko'rsating.
3. X to'la metrik fazo bo'lib, $T : X \rightarrow X$ uzluksiz akslantirishning biror T^m darajasi qisqartirib akslantirish bo'lsin, ya'ni: $\rho(T^m x, T^m y) \leq \alpha \rho(x, y)$, $0 < \alpha < 1$. U holda T yagona qo'zg'almas nuqtaga ega bo'lishini ko'rsating.
4. Biror to'g'ri chiziqda yotuvchi tekislikdagi ixtiyoriy A to'plamning yassi o'lchovi nol ekanligini ko'rsating.
5. Ixtiyoriy to'plamda metrikani $\rho(x, y) = \begin{cases} 0, & x = y, \\ 1, & x \neq y \end{cases}$ ko'rinishda aniqlash mumkin ekanligini isbotlang.
6. $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ o'zaro bir qiymatli uzluksiz akslantirish bo'lsin. U holda f ning kamida bitta qo'zg'almas nuqtasi mavjudligini isbotlang.
7. Haqiqiy sonlar to'plamida chegaralangan, o'lchovi 5 ga teng A to'plamining o'lchovi 3 ga teng B qism to'plami mavjud ekanligini ko'rsating.
8. Tekislikdagi $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalar uchun $\rho(A, B) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$ kabi aniqlangan funksiya metrika bo'ladimi?
9. Agar $A \subset [a, b]$ nisbatan o'lchovli to'plam bo'lsa, u holda bu to'plamda shunday x va y nuqtalar mavjud bo'lib, ular orasidagi masofa ratsional son bo'lishini ko'rsating.
10. Ixtiyoriy bo'sh bo'lmagan ochiq A to'plami uchun $\mu(A) > 0$ ekanligini ko'rsating.