

Oraylıq, parallel proektsiyalaw hám onıń qasıyetleri. Eki tegisliktiń perspektiv-affin sáykesliligi. Tegisliktegi perspektiv-affin túrlendiriw. Perspektiv-affin sáykesliktiń bas baǵtları.

Birtekli figuralar .Ellips hám sheńberdiń birtekliligi. Ellipsti qospa diametrlerge qaray jasaw. Birtekli figuralar hám ortogonal proektsiyalar.

Parallel proektsiyalaw usılı menen tegis figuralardıń súwretleniwini jasaw. Teoremlar.

Aksonometriya.Polke-Shvarc teoreması.Keńislikli figuralardıń súwretleniwini jasaw.

Pozicion hám metrikalıq máseleler. Toliq hám tolıq emes súwretleniwler, olardıń qollanıwları. Dónis kópjaqlılıqlardıń kesimlerin jasawǵa arnalǵan máseleler

Proektiv tegislik hám keńisliktiń aksiomaları.Proektiv geometriyanıń tiykarǵı túsinikleri. Proektiv tegislik hám keńisliktiń modelleri.

Noqattıń proektiv koordinataları. Proektiv koordinatalardı túrlendiriw. Proektiv tegisliktegi tuwrı sızıqtıń teńlemesi.Ekilik principi.Dezarg teoreması.

Bir tuwrı sızıqta jatiwshı tórt noqattıń quramalı qatnası. Tórt noqattıń quramalı qatnasınıń qasıyetleri.

Proektiv túrlendiriwler. Proektiv túrlendiriwlerdiń qasıyetleri. Gomologiya hám involyuciya. Proektiv túrlendiriwdiń analitikalıq ańlatpası.Proektiv túrlendiriwler gruppası hám proektiv geometriyanıń predmeti.

Noqatlardıń garmonik tórtligi. Toliq tórt tóbelik. Tórt tóbeliktiń garmonik qasıyetleri.

Proektiv tegisliktegi ekinshi tártipli sızıqlar. Ekinshi tártipli sızıqtıń klassifikaciyası. Aynımaǵan sızıqtıń urınbası. Polyus hám polyara.

Shteyner teoreması. Paskal teoreması.Brianshon teoreması.Shteyner, Paskal, Brianshon teoremlarınıń máseleler sheshiwde qollanıwları. Proektiv tegisliktegi qozǵalmas tuwrı sızıq. Proektiv geometriyalıq koz qarastan Evklid geometriyasi.

Topologiyalıq keńislik. Ashıq hám tuyıq kóplikler, olardıń qasıyetleri.

Topologiyalıq keńisliktiń (topologiyanıń) bazası. Noqattagi baza. Topologiyanı kiritiw usılları. Topologiyanı baza boyınsha qurıw. İshki, sırtqı hám shegaralıq noqatlar. Qasıyetleri.

Topologiyaliq keńisliktiń bóleklew aksiomaları.

Baylanıslı hám sıızıqlı baylanıslı kóplikler hám keńislikler. Kompakt hám lokal kompakt keńislikler. Metrikalıq keńislik.

$3x-5y+1=0$  to'g'ri chiziqdagi xos emas nuqtaning bir jinisli koordinatalarini toping

$A(4: -2: 5)$  nuqta va  $x_1+x_2-x_3=0$ ,  $2x_1-x_2+4x_3=0$  to'g'ri chizpqlarning kesishish nuqtas dai o'tadigzn to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

$M(1:1:6)$  va  $L(2:-1:0)$  nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziqning  $2x_1+x_2+x_3=0$  to'g'ri chiziq bilan kesishish nuqtasini toping.

Quyida to'rtta to'g'ri chiziq berilgan:

$$a : x_1+x_2-x_3=0, \quad b : 2x_1+x_2-x_3=0$$

$$s: x_1-x_2-x_3=0, \quad d: 2x_1-x_2+2x_3=0$$

$M=a \cap b$   $N=s \cap d$  bo'lsa,  $MN$  to'g'ri chiziqning tenglamasini tuzing.

$A(1: 2: -3)$  nuqta va  $2x_1-x_2 + 3x_3 = 0$  to'g'ri chiziqning xos emas nuqtasidan o'tadigan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

$x_1-x_2+x_3=0$  va  $x_1+2x_2+3x_3=0$  to'g'ri chiziqning xos emas nuqtalaridan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

Oltita  $A_i(i=1,6)$  nuqta berilgan:  $A_1(1:0: :1)$ ,  $A_2(0:1:1)$ ,  $A_3(3:4:5)$ ,  $A_4(1:0:-1)$ ,  $A_5(0:-1:-1)$ ,  $A_6(-3:4:5)$ . Agar  $R=A_1A_2 \cap A_4A_5$   $Q= A_2A_3 \cap A_5A_6$   $P=A_3A_4 \cap A_6A_1$  bo'lsa, bu nuqtalarning bir to'g'ri chiziqda yotishini ko'rsating.

Oltita nuqta berilgan:  $A(10:5: 1)$ ,  $B(8:1:1)$ ,  $S(2:8: 1)$ ,  $P(-4: -2: 1)$ ,  $D(2: -2:1)$ ,  $O(0:7:1)$ .  $AR$ ,  $BD$ ,  $SO$  to'g'ri chiziqning bir nuqtada kesishishini tekshirib ko'ring.  $A$ ,  $D$ ,  $O$  nuqtalar kollinear mi?

Ikkita uchburchak uchlarining koordinatalari ma'lum:  $A(4:2: 1)$ ,  $B(2: -2:1)$ ,  $S(0;7:1)$ ,  $A_1(10: :5:5)$ ,  $B_1(8:1: 1)$ ,  $S_1(2:8: 1)$ ;  $AA_1$  bilan  $BB_1$  ning kesishgan nuqtasi  $SS_1$  ga qarashlimi?

Tekislikda  $R=(A_1 A_2 A_3, E)$  proektiv reper berilgan bo'lsa,  $D(-1:3:1)$  nuqtani yasang.

Tekislikda  $R=(A_1 A_2 A_3, E)$  proektiv reper berilgan bo'lsa,  $a(1:2:-2)$  to'g'ri chiziqni yasang.

Proektiv to'g'ri chiziqda ikkita  $R$  va  $R'$  reper berigan bo'lib, koordinatalarning almashtirish formulalari quyidagicha  $\begin{cases} \rho x_1 = x'_1 + x'_2 \\ \rho x_2 = 2x'_1 - x'_2 \end{cases}$ , bo'lsa :

b)  $D(0:1)$ ,  $E(1: -1)$ .  $F(2:7)$  nuqtalarni  $R$  ga nisbatan koordinatalari buyicha  $R'$  dag koordinatalarini toping.

Proektiv to'g'ri chiziqda ikkita  $R=(A_1, A_2, E_1)$  va  $R'=(A'_1, A'_2, E'_1)$  reper berilgan.  $R$  ga nisbatan.  $A'_1(-1:3)$ ,  $A'_2(1:2)$ ,  $E'_3(-2:1)$  bo'lsa, koordinatalarni almashtirish formulalarini yozing.

Proektiv to'g'ri chiziqda biror  $R'$  reperga nisbatan  $R$  reperring bazis nuqtalari berilgan:  $A_1(1:0:1)$ ,  $A_2(1:3)$ ,  $E(1:-3)$ . Agar  $A$ ,  $B$ ,  $S$  nuqtalarning  $R'$  ga nisbatan koordinatalari mos ravichda  $(1:1)$ ,  $(2:-3)$   $(0:1)$  bo'lsa, ularning  $R$  ga nisbatan koordinatalarini toping.

Quyidagi beritganlarga asosan  $R=(A_1, A_2, A_3, E)$  reporni  $R'=(A'_1, A'_2, A'_3, E')$  reperga o'tkazuvchi almashtirish formulalarini toping:

a)  $A'_1(1:1:1)$ ,  $A'_2(0:1:0)$ ,  $A'_3(1:0:0)$ ,  $E'(0:0:1)$

b)  $A'_1(1:0:-1)$ ,  $A'_2(2:1:0)$ ,  $A'_3(0:0:1)$ ,  $E'(1:1:2)$

To'g'ri chiziqdagi proektiv almashtirish uch juft mos nuqtalari bilan berilgan. Almashtirishning analitik ifodasini toping:

$$A_1(1:1) \rightarrow A'_1(1:-1); B_1(1:0) \rightarrow B'_1(2:1), C_1(1:1) \rightarrow C'_1(1:1)$$

Tekislikda  $R=\{A_1, A_2, A_3, E\}$  proektiv reper berilgan. Agar  $AB_1 \cap A_2A_3=A'_1$ ,  $A_2E \cap A_1A_3=A'_2$ ,  $A_3E \cap A_1A_2=A'_3$ ,  $S=A_1A_2 \cap A'_1A'_2$ ,  $P=A_2A_3 \cap A'_2A'_3$ ,  $Q=A_1A_3 \cap A'_1A'_3$  bo'lsa.  $S$ ,  $R$ ,  $Q$  nuqtalarning kollinearligini isbotlang.

Proektiv tekislikda oltita nuqta berilgan  $A(0; 5; 1)$ ,  $B(0:2:1)$ .  $C(0:7: 1)$ ,  $P(-3:1:0)$ ,  $D(3: 2 :0)$ ,  $O(2 : -2 : 0)$ .  $AB$  va  $PD$ ,  $BC$  va  $DO$ ,  $AC$  va  $PO$  o'g'ri chiziqlarning kesishgan nuqtalarini toping, nuqtalar bir to'g'ri chiziqda yotadimi?

$ABS, A_1V_1S_1$  uchburchaklar uchlarining koordinatlari ma'lum. Bu uchburchaklar Desarg uchburchlari bo'ladimi:  $A(4:2:1), D(2:-2:1), S(0:7:1), S_1(2:8:1), V_1(8:1:1), D_1(10:5:1)$ ?

8

To'rtta nuqtaning murakkab nisbati  $(ABCD)=\lambda$  bo'lsa, quyidagi tengliklarning to'g'riligini isbotlang: 1.  $(ABDC)=\frac{1}{\lambda}$ ; 2.  $(ACBD)=1-\lambda$ ; 3.  $(ACDB)=\frac{1}{1-\lambda}$ ; 4.  $(ADBC)=\frac{\lambda-1}{\lambda}$

To'g'ri chiziqda beshta:  $A, B, C, D, E$  nuqta berilgan bo'lsa, quyidagi tenglikning bajarilishini isbotlang:  $(ABCD)=\frac{(ABCE)}{(ABDE)} = \frac{(ABC)}{(ABD)}$

Murakkab nisbatning xossaligidan foydalanib, bir to'g'ri chiziqda yotgan  $A, B, C, D$ , nuqtalar uchun quyidagi tenglikning bajarilishini ko'rsating.

$$AB*CD + AC*DB + AD*BC=0.$$

Eger bir to'g'ri sızıqta  $A, B$  nuqtalar berilgan bo'lsa,  $C=A+\lambda B, D=A+\mu B$  bo'lsa,  $(ABCD)=\frac{\lambda}{\mu}$  ekanligini dăllilleŋ.

Orayı koordinatalar basında bolg'an da'stege qarashlı  $a_1: y=k_1x, a_2: y=k_2x, a_3: y=k_3x, a_4: y=k_4x$ , to'rt to'g'ri sızıqtin' quramalı qatnasın esaplan'.

$A_1(1:-1:2), A_2(0:1:2), A_3(1:0:4), A_4(2:-1:6)$  nuqatlardın' bir to'g'ri sızıqta jatiwın tekserin' ha'm  $(A_1, A_2, A_3, A_4)=2$  ekanligini ko'rsetin'.

Quyidagi berilgan to'rtta to'g'ri chiziqlarning bitta dasta to'g'ri chiziqlari ekanligini isbotlang va ularning murakkab nisbatini hisoblang:

$$a: x_1 = 0, \quad b: x_1 - x_2 = 0, \quad c: 3x_1 - x_2 = 0, \quad d: 5x_1 - x_2 = 0,$$

$AVC$  uchburchakda  $CM$  mediana va  $CX \setminus AV$  to'g'ri chiziq o'tkazilgan.  $(SA \setminus SV \setminus SM \setminus SX)=-1$  ekanligini isbotlang.

$x_1 + x_2 + x_3 = 0$  to'g'ri chiziq  $R = \{A_1, A_2, A_3, E\}$  reperring tomanlarini  $M_1, M_2, M_3$  nuqtalarda kesadi.  $(A_1, A_2, E, M_3) = (A_1, A_3, E, M_1) = (A_2, A_3, E, M_1) = -1$  ekanligini isbot qiling.

9

$y=0$ ,  $x=0$ ,  $y=kx$ ,  $y=-kx$  to'g'ri chiziqlar garmonik joylashganman?

Ikkita parallel  $a, b$  to'g'ri chiziqlar hamda ularning birida  $AV$  kesma berilgan. Faqat chizg'ichdan foydalanib,  $AV$  kesmani teng ikkiga bo'ladigan nuqtani toping. (To'liq no'rtburchak va uning garmonik xossalaridan foydalaning)

10.

Kengaytirilgan evklid tekisligida  $R=(A_1 A_2 A_3, E)$  repera nisbatan ikkinchi tartibli egri chiziq  $-\theta$  o'zining tenglamasi bilan berilgan:  $a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{33}x_3^2 + 2a_{12}x_1x_2 + 2a_{13}x_1x_3 + 2a_{23}x_2x_3 = 0$ . Bu egri chiziq xos nuqtalarining geometrik o'rni evklid tekisligidagi odatdagi ikkinchi tartibli egri chiziqni tashkil etishini isboglang.

Quyida berilgan nuqtalardan o'tadigan ikkinchi tartibli egri chiziq tenglamasini tuzing:

$A_0(-4:0:1)$ ,  $B_0(0:0:1)$ ,  $C_0(2:-1:0)$ ;  $D(5:-1:10)$ ,  $E_0(1:1:0)$ ;

$A_2(0:1:6)$ ,  $B_2(0:0:1)$ ,  $C_2(1:1:-1)$ .  $D(2:4:-1)$ ,  $E_2(1:-1:1)$ .

$x_1 - x_2 + x_3 = 0$  to'g'ri chiziqning ikkinchi tartibli  $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_3 - x_3^2 = 0$  chiziq bilan kesishgan nuqtalarini toping

Quyidagi ma'lumotlarga asosan  $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - 3x_1x_3 - x_3^2 = 0$  ikkinchi tartibli chiziqning  $AB$  to'g'ri chiziq bilan kesishgan nuqtalarini toping:  $A(1:7:2)$ ,  $B(7:-1:0)$

Úshmúyeshli  $ABCA_1B_1C_1$  prizmaniń  $AB$  qabırǵasında  $M$ ,  $BB_1$  qabırǵasında  $N$ ,  $CC_1$  qabırǵasında  $K$  noqatlar berilgen. Prizmaniń  $MNK$  tegislik penen kesilisiwi nátiyjesinde payda etilgen kesimdi jasań.

$ABCD$  úshmúyeshli piramidaniń  $BD$  qabırǵasında  $M$ ,  $CD$  qabırǵasında  $N$ ,  $ABC$  jaǵında  $K$  noqatlar berilgen. Piramidaniń  $MNK$  tegislik penen kesilisiwi

nátiyjesinde payda bolǵan kesimdi jasań.  $MN \square BC$  hám  $MN \acute{K}BC$  jaǵdayların óz aldına qarap ótiń.

$PQRSPQ_1R_1S_1$  tuwrımúyeshli prizmanıń  $PP_1SS_1$  jaǵındaǵı  $A$ ,  $RS$  qabırǵasındaǵı  $B$ ,  $PQ$  qabırǵasındaǵı  $C$  noqatlardan ótetuǵın  $ABC$  tegislik penen kesilisiwden payda bolǵan kesimdi jasań.

$PQRPPQ_1R_1$  úshmúyeshli prizmanıń  $PR$  qabırǵasında  $A$ ,  $QQ_1$  qabırǵasında  $B$ ,  $PQ_1R_1$  ultanda  $C$  noqatlar alınǵan  $ABC$  tegisliktiń prizma menen kesilisiwden payda bolǵan kesimdi jasań.

$PQRSTPPQ_1R_1S_1T_1$  besmúyeshli prizmanıń qaptal qabırǵaları  $A$ ,  $B$ ,  $C$  noqatlar tómendegishe alınǵan:

1)  $QA:AQ_1=2:1$ ;  $RB:BB_1=1:7$ ;  $SC:CS_1=5:3$ ;

2)  $QA:AQ_1=1:1$ ;  $RB:BB_1=1:3$ ;  $SC:CS_1=1:1$ ;

$ABC$  tegisliginiń prizma menen kesilisiwinen payda bolǵan kesimin jasań.

Úshmúyeshli prizmanıń qaptal qabırǵası ortası, tómenǵı ultan tárepiniń ortası, joqarı ultan tárepiniń ortası arqalı ótken tegislik penen prizmanıń kesimin jasań.

**Ushi**  $S$  noqattaǵı  $SPQRT$  tórtmúyeshli piramidanıń qaptal qabırǵalarında  $A$ ,  $B$ ,  $C$  noqatlar alınǵan:

1)  $SA:AQ=1:2$  ;  $SB:BR=3:1$ ;  $SC:CP=2:1$ ;

2)  $SA:AQ=1:3$  ;  $SB:BT=1:1$ ;  $SC:CR=3:1$ ;

$ABC$  tegislik penen piramida kesimin jasań.

Besmúyeshli prizmanıń qaptal qabırǵalarında alınǵan úsh noqat arqalı óken tegislik penen prizmanıń kesimin jasań.

Besmúyeshli piramidanıń qaptal qabırǵalarında alınǵan úsh noqat arqalı ótken tegislik penen piramidanıń kesimin jasań.

Besmúyeshli prizmanıń tómendegishe anıqlanǵan úsh noqat arqalı ótken tegislik penen kesimin jasań:

- 1) bir noqatta prizmaniń joqarı ultanında, ekewi-onıń qaptal qabırǵaları;
- 2) bir noqat prizmaniń joqarı ultanında, ekewi-onıń qaptal jaqlarında;
- 3) bir noqat prizmaniń tómenǵi ultanınıń tegisliginde, ekewi onıń qaptal qabırǵasında;
- 4) bir noqat prizmaniń qaptal qabırǵasında, ekewi-qaptal jaqlarında:

Besmúyeshli piramidaniń tómendegishe anıqlanǵan úsh noqat arqalı ótken tegislik penen kesimin jasań:

- 1) bir noqat piramidaniń qaptal qabırǵasında, ekewi-qaptal jaqlarında;
- 2) bir noqat piramidaniń biyikliginde, biri qaptal qabırǵasında; úshinshisi-qaptal jaǵında;
- 3) bir noqat piramida ishinde, ekewi-onıń sırtında.

Úshmúyeshli piramida hám onıń biyikliginiń súwreti berilgen. Piramida biyikliginiń ortası hám ultan qabırǵası arqalı ótken tegislik penen piramidaniń kesimin jasań.

$DABC$  tetraedrniń  $AD$  hám  $DC$  qabırǵalarında alınǵan  $M, N$  noqatlar hámde  $ABC$  jaǵınıń awırlıq orayı  $O$  arqalı ótken tegislik penen tetraedrniń kesimin jasań.

$DABC$  tetraedr menen mas ráwishte onıń  $AD, AB, DC$  qabırǵaları alınǵan  $M, N, P$  noqatlar arqalı ótken tegislik penen kesimin jasań.

Prizmalardıń kesimlerin jasawda tómendegi teoremadan paydalanıw orınlı: eger parallel eki tegislik úshinshi tegislik penen kesilisse, kesimdegi tuwrı sızıqlar parallel boladı.

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  parallelepipedtiń  $A_1 C_1$  ushları,  $AB$  qabırǵanıń  $Z$  noqatı arqalı ótken tegislik penen parallelepipedtiń kesimin jasań.

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  kubtiń  $B$  ushı,  $CC_1$  hám  $A_1 D_1$  qabırǵalarınıń ortalarından ótken tegislik penen kubtiń kesimin jasań. Kubtiń qabırǵasını  $a$  dep alıp, kesimniń perimetrin esaplań.

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  kubiniń ushı  $A_1$  ushı,  $BB_1 C_1 C$  hám  $CC_1 DD_1$  jaqlarınıń  $P, Q$  orayları arqalı ótken tegislik penen kubtiń kesimin jasań.

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  kubtiń  $AB, BC, DD_1$  qabırǵaları ortalarından ótetuǵın tegislik penen kubtiń kesimin jasań.

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  parallelepipedde  $A$  ushı  $BB_1 \times CC_1$  jaǵınıń  $P$  orayı menen tutastırılǵan.  $AP$  tuwrı sızıq  $A_1 BD$  tegislikti  $Q$  noqatta kesip ótedi.  $Q$  noqattı jasań hám  $AQ:QP$  qatnastı tabıń.

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to‘plami berilgan bo‘lsin.

U holda quyidagilar isbotlansin:  $\bar{A} = A \cup \partial A$

Ikkita elementdan iborat to‘planning barcha topologiyasini yozing.

Bizga  $(X, \tau)$  topologic keńislik hám onıń  $A \subset (X, \tau)$  úles kópligi berilgen bolsin.

Ol jaǵdayda tómendegin dálilleń:  $\bar{A} = A \cup \partial A$

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to‘plami berilgan bo‘lsin.

U holda quyidagilar isbotlansin:  $\partial(A \cup B) \subset \partial A \cup \partial B$

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to‘plami berilgan bo‘lsin.

U holda quyidagilar isbotlansin:  $\partial(A \cap B) \subset \partial A \cup \partial B$

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to‘plami berilgan bo‘lsin.

U holda quyidagilar isbotlansin:  $\partial \bar{A} \subset \partial A$

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to‘plami berilgan bo‘lsin.

U holda quyidagilar isbotlansin  $\partial(X/A) = \partial A$

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to‘plami berilgan bo‘lsin.

U holda quyidagilar isbotlansin:  $\partial(\text{int } A) \subset \partial A$



Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to'plami berilgan bo'lsin.  
U holda quyidagilar isbotlansin:  $\text{int } A = A \setminus \partial A$

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to'plami berilgan bo'lsin.  
U holda quyidagilar isbotlansin:  $\overline{A} = \text{int } A \cup \partial A$

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to'plami berilgan bo'lsin.  
U holda quyidagilar isbotlansin:  $\partial A = \overline{A} \cap \overline{CA}$

U holda quyidagilar isbotlansin:

$$\partial A = \overline{A} \setminus \text{Int} A$$

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to'plami berilgan bo'lsin.  
U holda quyidagilar isbotlansin:

$\text{Int} A$  - oshiq to'plam ( $\text{Int} A \in \tau$ )

Bizga  $(X, \tau)$  topologik fazo va uning  $A \subset (X, \tau)$  qism to'plami berilgan bo'lsin.  
U holda quyidagilar isbotlansin:

$$\overline{X \setminus A} = X \setminus \text{Int} A$$