

4-рус.МИ.Вопросы по предмету «Дополнительные глава математического анализа»

1. Предельная функция. Равномерная сходимость.
2. Непрерывность предельной функции.
3. Интегралы зависящие от параметра.
4. Предельный переход под знаком интеграла.
5. Непрерывность интеграла по параметру.
6. Дифференцирование интеграла по параметру
7. Интегрирование интеграла по параметру
8. Интегралы зависящие от параметра (общий случай)
9. Несобственные интегралы зависящие от параметра.
10. Равномерная сходимость интеграла.
11. Предельный переход под знаком несобственного интеграла, зависящих от параметра.
12. Непрерывность несобственного интеграла зависящих от параметра.
13. Дифференцирование по параметру несобственного интеграла зависящих от параметра.
14. Интегрирование по параметру несобственного интеграла зависящих от параметра
15. Бета функция и ее свойства.
16. Гамма функция и ее свойства
17. Связь между бета и гамма функцией.
- 18/ Найти предельную функцию и исследовать на равномерную сходимость:

$$f(x, n) = \frac{n \cdot x}{1 + n^3 x^2}; D = \{(x, n) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x < +\infty, n \in \mathbb{N}\}, n_0 = \infty.$$

19. Найти предельную функцию и исследовать на равномерную сходимость:

$$f(x, n) = \frac{n^2 x^2}{1 + n^2 x^4} \cdot \sin \frac{x^2}{\sqrt{n}}; D = \{(x, n) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x < +\infty, n \in \mathbb{N}\}, n_0 = \infty.$$

20. Найти предельную функцию и исследовать на равномерную сходимость:

$$f(x, n) = \sin(ne^{-nx}); D = \{(x, n) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x < +\infty, n \in \mathbb{N}\}, n_0 = \infty.$$

21. Найти предельную функцию и исследовать на равномерную сходимость:

$$f(x, n) = \frac{\ln nx}{nx^2}; D = \{(x, n) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x < +\infty, n \in \mathbb{N}\}, n_0 = \infty.$$

22. Найти предельную функцию и исследовать на равномерную сходимость:

$$f(x, n) = n^{3/2} \left(1 - \cos \frac{\sqrt[4]{x}}{n} \right); D = \{(x, n) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x < +\infty, n \in \mathbb{N}\}, n_0 = \infty.$$

23. Найти предельную функцию и исследовать на равномерную сходимость:

$$f(x, y) = \frac{1}{x^3} \cdot \cos \frac{x}{y}; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, 0 < y < +\infty\}, y_0 = \infty.$$

24. Найти предельную функцию и исследовать на равномерную сходимость:

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + \frac{1}{\sqrt{y}}}; D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in \mathbb{R}, 0 < y < +\infty\}, y_0 = +\infty.$$

$$25. F(\alpha) = \int_{\sin \alpha}^{\cos \alpha} e^{\alpha \sqrt{1-x^2}} dx. \text{ Найти } F'(\alpha)$$

$$26. F(x) = \int_0^x f(t)(x-t)^{n-1} dt. \text{ Найти } F^{(n)}(x)$$

$$27. F(\alpha) = \int_{a+\alpha}^{b+\alpha} \frac{\sin \alpha x}{x} dx \text{ Найти } F'(\alpha)$$

28. $F(\alpha) = \int_0^{\alpha} \frac{\ln(1+\alpha x)}{x} dx$ Найти $F'(\alpha)$

29. $F(\alpha) = \int_0^{\alpha} f(x+\alpha, x-\alpha) dx$ Найти $F'(\alpha)$

30. $F(\alpha) = \int_0^{\alpha^2} dx \int_{x-\alpha}^{x+\alpha} \sin(x^2 + y^2 - \alpha^2) dy$ Найти $F'(\alpha)$

31. $F(\alpha) = \int_0^1 \sin \alpha x dx$ Найти $F'(\alpha)$

32. $F(\alpha) = \int_1^3 \frac{\cos(\alpha x^3)}{x} dx$ Найти $F'(\alpha)$

33. $F(x, y) = \int_{\frac{x}{y}}^{xy} (x-yz)f(z) dz$ Найти $F''_{xy}(x, y)$

34. $F(\alpha) = \int_1^2 \frac{e^{\alpha x^2}}{x} dx$ Найти $F'(\alpha)$

35. $F(\alpha) = \int_{\alpha e^{-\alpha}}^{\alpha e^{\alpha}} \ln(1+(\alpha x)^2) dx$ Найти $F'(\alpha)$

36. $F(\alpha) = \int \frac{4\alpha \operatorname{arctg} \alpha x}{2\alpha x} dx$ Найти $F'(\alpha)$

37. Выразить через Эйлеровы интегралов и найти область определения. $\int_0^{+\infty} \frac{x^{p-1} - x^{q-1}}{(1+x) \ln x} dx.$

38. Выразить через Эйлеровы интегралов и найти область определения. $\int_0^{+\infty} x^p e^{-ax} \ln x dx, \quad a > 0$

39. Выразить через Эйлеровы интегралов и найти область определения. $\int_0^{\pi} \frac{\sin^{n-1} x}{(1+k \cos x)^n} dx, \quad 0 < k < 1.$

40. Выразить через Эйлеровы интегралов и найти область определения. $\int_0^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{1+x^4} dx.$

41. $E(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi} d\varphi, \quad F(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}} d\varphi \quad (0 < k < 1).$

Найти производные и выразить из через $E(k), F(k).$

42. Можно ли вычислить производную функции $F(y) = \int_0^1 \ln \sqrt{x^2 + y^2} dx$ при $y = 0$ по правилу Лейбница.

43. Исследовать на непрерывность функции $F(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x} dx}{|\sin x|^{\alpha}}, \quad (0 < \alpha < 1)$

44. Исследовать на равномерную сходимость $\int_1^{+\infty} \ln \left(1 + \frac{y}{x^2 + y^3} \right) dx$.
45. Найти область сходимости интеграла $\int_0^1 \frac{\cos \frac{1-x}{\sqrt[n]{1-x^2}}}{\sqrt[n]{1-x^2}} dx$
46. Найти область сходимости интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x^p + \sin x} dx, \quad p > 0$.
47. Исследовать на равномерную сходимость $\int_0^2 \frac{x^\alpha}{\sqrt[3]{(x-1)(x-2)^2}} dx, \quad \left(\left| \alpha \right| < \frac{1}{2} \right)$.
48. Найти область сходимости интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-\alpha x}}{1+x^2} dx$.
49. Найти область сходимости интеграла $\int_\pi^{+\infty} \frac{x \cos x}{x^p + x^q} dx$.
50. Найти область сходимости интеграла $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x^q}{x^p} dx$.
51. Найти область сходимости интеграла $\int_0^2 \frac{dx}{|\ln x|^p}$.
52. Найти область сходимости интеграла $\int_0^1 \frac{\cos \frac{1-x}{\sqrt[n]{1-x^2}}}{\sqrt[n]{1-x^2}} dx$.
53. Исследовать на равномерную сходимость $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}, \quad 1 < \alpha_0 \leq \alpha < +\infty$.
54. Исследовать на равномерную сходимость: $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}, \quad 1 < \alpha < +\infty$.
55. Исследовать на равномерную сходимость: $\int_0^1 \frac{dx}{x^\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$.
56. Исследовать на равномерную сходимость: $\int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha + 1}, \quad 0 < \alpha < +\infty$
57. Исследовать на равномерную сходимость $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos \alpha x}{1+x^2} dx, \quad (-\infty < \alpha < +\infty)$.