

Список вопросов и задач к итоговой контрольной для третьекурсников по дисциплине математический анализ

Теоретические вопросы

1. Криволинейный интеграл первого рода, свойства интеграла.
2. Способы вычисления криволинейного интеграла первого рода и применения.
3. Криволинейный интеграл второго рода и его основные свойства.
4. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.
5. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути.
6. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Общие понятия теории дифференциальных уравнений.
7. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения приводимые к уравнениям с разделяющимися переменными.
8. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
9. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
10. Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка. Существование и единственность решения.
11. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
12. Общие понятия дифференциальных уравнений высшего порядка. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
13. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка.
14. Линейное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами.
15. Интегрирование неоднородного линейного уравнения с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.

Практические задачи

1. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_{(L)} \frac{ds}{x+y},$$

где L – отрезок прямой $y = x+2$, соединяющий точки $A = (2; 4)$ и $B = (1; 3)$.

2. Вычислить криволинейный интеграл, предварительно убедившись, что он не зависит от пути интегрирования:

$$\int_{(1;\pi)}^{(2;\pi)} \left(1 - \frac{y^2}{x^2} \cos \frac{y}{x}\right) dx + \left(\sin \frac{y}{x} + \frac{y}{x} \cos \frac{y}{x}\right) dy.$$

3. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее указанному условию:

$$y' \sin x = y \ln y, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

4. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_{(L)} \frac{ds}{x-y},$$

здесь L – отрезок прямой $y = \frac{x}{2} - 2$, соединяющий точки $A = (0; -2)$ и $B = (6; 1)$.

5. Вычислить криволинейный интеграл, предварительно убедившись, что он не зависит от пути интегрирования:

$$\int_{(-2;-1)}^{(3;0)} (x^4 + 4xy^3)dx + (6x^2y^2 - 5y^4)dy.$$

6. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее указанному условию:

$$y' = 2\sqrt{y} \ln x, \quad y(e) = 1.$$

7. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_{(L)} y ds,$$

где L – дуга параболы $y^2 = 2x$ от точки $A = (0; 0)$ до точки $B = (1; \sqrt{2})$.

8. Вычислить криволинейный интеграл, предварительно убедившись, что он не зависит от пути интегрирования:

$$\int_{(2;1)}^{(1;2)} \frac{ydx - xdy}{x^2}.$$

9. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее указанному условию:

$$(1 + e^x)yy' = e^x, \quad y(0) = 1.$$

10. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_{(L)} x^2 ds,$$

где L – верхняя половина окружности $x^2 + y^2 = r^2$.

11. Вычислить криволинейный интеграл, предварительно убедившись, что он не зависит от пути интегрирования:

$$\int_{(0;1)}^{(1;2)} \frac{2x dx}{y^3} + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy.$$

12. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее указанному условию:

$$y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}.$$

13. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_{(L)} \sqrt{x^2 + y^2} ds,$$

где L – кривая $x = a(\cos t + t \sin t), y = a(\sin t - t \cos t)$ ($0 \leq t \leq 2\pi$).

14. Вычислить криволинейный интеграл, предварительно убедившись, что он не зависит от пути интегрирования:

$$\int_{(-1;2)}^{(2;3)} x dy + y dx.$$

15. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее указанному условию:

$$xy' = \frac{y}{\ln x}, \quad y(e) = 1.$$

16. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_{(L)} xy ds,$$

где L – прямоугольник, ограниченный прямыми $x = 0, x = 4, y = 0, y = 2$.

17. Вычислить с помощью криволинейного интеграла площадь плоской фигуры, ограниченной кардиоидой:

$$x = a(2 \cos t - \cos 2t), \quad y = a(2 \sin t - \sin 2t) \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

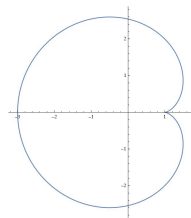


Рис. 1: Эскиз кардиоиды.

18. Найти частное решение уравнения, удовлетворяющее указанному условию:

$$y' \sin x = y \ln y, \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$