

Вычисление двумерного интеграла. Замена переменной в двумерном интеграле. Двумерный интеграл в полярной системе координат.

Вычисление двумерного интеграла. Замена переменной в двумерном интеграле.

Вычисление криволинейного интеграла

Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных.

Двумерный интеграл: Понятие двумерного интеграла. Интегрируемость непрерывной функции. Кратные интегралы.

Дифференциал функции многих переменных. Касательная плоскость.

Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для функции двух переменных.

Дифференцирование сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.

Дифференцирование функции многих переменных: Частные производные.

Дифференцирование функции многих переменных: Частные производные.

Дифференцируемость функции многих переменных.

Дифференцируемость и дифференциал сложной функции многих переменных.

Дифференцируемость функции многих переменных. Дифференцируемость и дифференциал сложной функции многих переменных.

Криволинейные интегралы: Криволинейный интеграл, взятый по длине дуги и его свойства.

Криволинейный интеграл, взятый по координатам и его основные свойства.

Максимумы и минимумы функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.

Неявная функция. Существование и дифференцируемость неявной функции.

Отыскание наименьших и наибольших значений. Условные экстремумы.

Полный дифференциал функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции.

Понятие двумерного интеграла. Интегрируемость непрерывной функции. Кратные интегралы.

Понятие трехмерного интеграла. Вычисление трехмерного интеграла. Замена переменной в трехмерном интеграле.

Применение кратных интегралов: Вычисление объемов. Вычисление площадей поверхностей и плоских фигур.

Производная по направлению. Доказательство теоремы о существовании производной по направлению.

Теоремы о средних значениях функций многих переменных. Теоремы Вейерштрасса.

Трехмерный интеграл: Кубируемые фигуры. Понятие трехмерного интеграла.

Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования

Формула Грина. Вычисление площадей с помощью криволинейного интеграла.

Частные производные высших порядков. Дифференциалы высших порядков.

Частные производные. Геометрический и физический смысл.

$f(x, y) = xe^y - ye^x$ . Найти частные производные первого порядка

$f(x, y) = \arctg \frac{y}{x}$ . Найти частные производные первого порядка

$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми

$y = x, x + y = 2, x = 0$ .

$\iint_D xy dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми

$x + y = 2, x^2 + y^2 = 2y (x > 0)$ .

$\iint_D (x + 2y) dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми

$y = x^2, y = \sqrt{x}$ .

$\iint_D (4-y) dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми  $x^2 = 4y$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$  ( $x > 0$ ).

$\iint_D \frac{x dx dy}{x^2 + y^2}$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми  $y = x \operatorname{tg} x$ ,  $y = x$ ,  $x = \frac{\pi}{8}$  ( $x \geq \frac{\pi}{8}$ ).

$\iint_D \sqrt{a^2 + x^2} dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми  $y^2 - x^2 = a^2$ ,  $x = a$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$  ( $y > 0, a > 0$ ).

$\iint_D e^{x+y} dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми  $y = e^x$ ,  $x = a$ ,  $x = 0$ ,  $y = 2$ .

$\iint_D (12 - x - y) dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена окружностью  $x^2 + y^2 = 9$

$\iint_D x dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми  $xy = 6$ ,  $x + y - 7 = 0$ .

$\iint_D xy dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена кривыми  $y = 0$ ,  $x + y = 0$ ,  $x = 1$ .

$\iint_D x dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  ограничена осью  $Oy$  и кривыми  $y = x^3$ ,  $x + y = 0$ .

$\iint_D (xy - y^2) dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  – трапеция с вершинами  $A(1,1)$ ,  $B(5,1)$ ,  $C(10,2)$ ,  $D(2,2)$ .

$\iint_D y dx dy$ , вычислить двойной интеграл, где область  $D$  – треугольник с вершинами  $O(0,0)$ ,  $B(0,1)$ ,  $A(1,1)$

$f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$ , Найти частные производные первого порядка

$f(x, y) = x \sin y + y \sin x$ , Найти частные производные первого порядка

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} \sqrt{x^2 + y^2} dl$  по кривой

$x = \cos t + t \sin t$ ,  $y = \sin t - t \cos t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  по отрезку прямой  $y = \frac{1}{2}x - 2$  от точки

$A(0, -2)$  до точки  $B(4, 0)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_L (2y - 6xy^3) dx + (2x - 9x^2y^2) dy$ , где  $L$  – отрезок прямой соединяющий точки  $O(0,0)$  и  $A(2,2)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_L (2y - 6xy^3)dx + (2x - 9x^2y^2)dy$ , где  $L$  — отрезок прямой соединяющий точки  $B(1;1)$  и  $A(2,2)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} \sqrt{x^2 + y^2} dl$  по кривой  $x = \cos t + t \sin t$ ,  $y = \sin t - t \cos t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} \sqrt{y} dl$  по кривой  $x = t - \sin t$ ,  $y = 1 - \cos t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} xdy - ydx$  по кривой  $y = x^3$  от точки  $A(0,0)$  до  $B(2,8)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} \sqrt{x}dx + \sqrt{y}dy$  по кривой  $y = x^2$  от точки  $A(0,0)$  до  $B(1,1)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} x^2dx + y^2dy$  по кривой  $y = \sqrt{x}$  от точки  $A(0,0)$  до  $B(1,1)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} (x^2 + y^2)dx + xydy$  по кривой  $y = e^x$  от точки  $A(0,1)$  до  $B(1,e)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} (x^3 - y^2)dx + xydy$  по кривой  $y = 2^x$  от точки  $A(0,1)$  до  $B(1,2)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2}}$  по отрезку прямой  $y = \frac{1}{2}x - 2$  от точки  $A(0,-2)$  до точки  $B(4,0)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} ydl$  по параболе  $y^2 = x$  от точки  $A(0,0)$  до точки  $B(2,2)$ .

Вычислить криволинейный интеграл  $I = \int_{AB} xdl$  по параболе  $y = x^2$  от точки  $A(1,1)$  до точки  $B(2,4)$ .

Найдите площадь фигуры ограниченной кривыми  $y^2 = 4x + 4$  и  $x + y = 2$ .

Найдите площадь фигуры ограниченной кривыми  $xy = 4$  и  $x + y = 5$ .

Найти частные производные первого порядка  $f(x, y) = x \sin y + y \sin x$

Найти частные производные первого порядка  $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = (\sin x)^{\cos y}$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = \ln \sin \frac{x+1}{\sqrt{y}}$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = \arctg \frac{y}{x}$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = \sqrt{xy + \frac{x}{y}}$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = \arcsin \sqrt{\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}}$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = (2x)^{3y}$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = xe^y - ye^x$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = e^{\frac{x}{y}} \operatorname{tg}(x + y)$

Найти частные производные первого порядка.  $f(x, y) = e^{-\frac{y}{x}}$