

Математикалық анализ пәнінен мемлекеттік аттестация жазба жұмысы  
сұрақтарының базасы

1.  $\frac{2}{1!}, \frac{4}{2!}, \frac{8}{3!}, \dots, \frac{2^n}{n!}, \dots$  тізбектің шектелгендігін көрсетің.
2.  $x_n = \frac{n^2}{2^n}$  тізбектің шектелгендігін көрсетің.
3.  $x_n = 1 + \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(n-1) \cdot n}$ ,  $(n \geq 2)$  тізбектің шектелгендігін көрсетің.
4.  $x_n = \log_{(n+1)} 2$  тізбектің шектелгендігін көрсетің.
5.  $x_n = \frac{n}{3^n}$  тізбекті монотондылыққа тексерің.
6.  $x_n = \frac{3^n}{n!}$  тізбекті монотондылыққа тексерің.
7. Функцияның анықталу облысын табың.  $y = \lg(x+2) + \lg(x-2)$
8. Берілген функцияның үзілу түрін анықта.  $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$
9. Функцияның анықталу облысын табың.  $y = \arcsin \frac{2x}{1+x}$
10. Функцияның анықталу облысын табың.  $y = \arccos(2 \sin x)$
11. Функцияның анықталу облысын табың.  $y = \lg(\cos(\lg x))$
12. Функцияның анықталу облысын табың.  $y = \operatorname{ctg} \pi x + \arccos(2^x)$
13. Функцияны монотондыққа тексерің.  $f(x) = x^2 e^{-x}$
14. Функцияның дөңес және ойыс аралықтарын табың.  $f(x) = \frac{1}{1-x^2}$
15. Функцияның иілу нүктелерін табың.  $f(x) = \frac{x^4}{(1+x^3)}$
16. Функцияның экстремум мәндерін табың.  $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$
17. Функцияны монотондыққа тексерің.  $f(x) = x^2 \ln x$

18. Функцияның иілу нүктелерін табың.  $f(x) = 2x^2 + \ln x$
19. Функцияның дөңес және ойыс аралықтарын табың.  $f(x) = x^5 - 10x^2 + 3x$
20. Функцияның дөңес және ойыс аралықтарын табың.  $f(x) = \ln x$
21. Функцияны монотондыққа тексерің.  $f(x) = x^2 - \ln x^2$
22. Функцияны монотондыққа тексерің.  $f(x) = x^2 2^{-x}$
23. Функцияның иілу нүктелерін табың.  $f(x) = 1 + x^2 - \frac{x^4}{2}$
24. Функцияның иілу нүктелерін табың.  $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{x}$
25. Функцияны монотондыққа тексерің.  $f(x) = x + \sin 2x$
26. Функцияның иілу нүктелерін табың.  $f(x) = (x^2 - 1)^3$
27. Функцияның экстремум мәндерін табың.  $f(x) = x + \frac{1}{x}$
28. Функцияның экстремум мәндерін табың.  $f(x) = xe^{-x}$
29. Лопиталь ережесін пайдаланып, шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^2}$
30. Лопиталь ережесін пайдаланып, шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - 1}{\ln x}$
31. Қатарға жіктеуді пайдаланып, төмендегі шекті есептеңіз.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^4}$
32. Қатарға жіктеуді пайдаланып, төмендегі шекті есептеңіз.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$
33. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+a}{x-a} \right)^x$
34. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$
35. Шекті есепте.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + n(n+1)}{n^3}$
36. Шекті есепте.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt{n^2 - 1} \right)$

37. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$

38. Шекті есепте.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^4 + n + 1} - \sqrt{n^4 + 1})$

39. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 8x + 15}$

40. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)(1+2x)(1+3x) - 1}{x}$

41. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}$

42. Шекті есепте.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)} \right)$

43. Шекті есепте.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{4n^2 - 1} \right)$

44. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}{x^4 - 8x^2 + 16}$

45. Шекті есепте.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n-1}{n^2} \right)$

46. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^5 - 2x - 1}$

47. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{6-x} - 1}{3 - \sqrt{4+x}}$

48. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x-x^2} - (1+x)}{x}$

49. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}$

50. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}$

51. Шекті есепте.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$

52. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = x(\cos \ln x + \sin \ln x)$

53. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = (x - \sin x)^2$

54. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = x^{n-1} \ln x$

55. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = x^{n-1} e^{\frac{1}{x}}$

56. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = x \cos^2 x$

57. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = x \ln \frac{3+x}{3-x}$

58. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$

59. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = \arctg \frac{x}{4}$

60. Функцияның екінші ретті туындысын табың.  $y = e^{tgx}$

61. Анықталмаған интегралды табың.  $\int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$

62. Интегралды есепте.  $\int \frac{dx}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}$

63. Анықталмаған интегралды табың.  $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

64. Анықталмаған интегралды табың.  $\int \cos x \cdot \cos 4x dx$

65. Анықталмаған интегралды табың.  $\int \frac{dx}{e^{\frac{x}{2}} + e^x}$

66. Анықталған интегралды есепте.  $\int_0^2 |1-x| dx$

67. Анықталмаған интегралды табың.  $\int x \sqrt{1-x^2} dx$

68. Анықталмаған интегралды табың.  $\int \frac{\arctg x}{1+x^2} dx$

69. Анықталмаған интегралды табың.  $\int x^n \ln x dx, (n \neq -1)$

70. Анықталған интегралды есепте.  $\int_0^2 e^{x^2} \cdot x dx$

71. Анықталған интегралды есепте.  $\int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx$

72. Анықталған интегралды есепте.  $\int_0^1 \frac{x^2}{1+x^6} dx$

73. Анықталмаған интегралды табың.  $\int \frac{xdx}{(x+1)(x^2+1)}$

74. Анықталмаған интегралды табың.  $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

75. Анықталған интегралды есепте.  $\int_{-2}^{-1} \frac{x+1}{x^2(x-1)} dx$

76. Анықталмаған интегралды табың.  $\int x \sin x dx$

77. Анықталмаған интегралды табың.  $\int \arctg x dx$

78.  $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow \infty} \frac{1}{xy} \operatorname{tg} \frac{xy}{1+xy}$

79.  $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin \frac{1}{x} + y}{x+y}$

80.  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - xy + y^2}$  еселі шекті есепте.

81. Функцияны экстремумға тексерің.  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$ .

82.  $f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$  функцияны экстремумға тексерің.

83.  $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - x + 18y - 4$  функцияны экстремумға тексерің.

84. Дербес туындыларды табың.  $(2x)^{3y}$

85. Дербес туындыларды табың.  $\ln \sin \frac{x+1}{\sqrt{y}}$

86. Дербес туындыларды табың.  $\operatorname{arctg} \frac{y}{x}$

87. Дербес туындыларды табың.  $\sqrt{xy + \frac{x}{y}}$

88. Дербес туындыларды табың.  $\frac{x}{y} e^{xy}$

89. Дербес туындыларды табың.  $\left(\frac{y}{x}\right)^x$

90. Дербес туындыларды табың.  $xy \cdot \ln(xy)$

91. Дербес туындыларды табың.  $e^{-\frac{y}{x}}$

92.  $x^{(n)} = \left(\frac{1+2+\dots+n}{\sqrt{9n^4+1}}; \left(\frac{2n+3}{2n+1}\right)^{n+1}\right)$ .  $\lim_{n \rightarrow \infty} x^{(n)} - ?$

93.  $x^{(n)} = \left(\frac{1+4+7+\dots+(3n-2)}{\sqrt{5n^4+n+1}}; \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n\right)$ .  $\lim_{n \rightarrow \infty} x^{(n)} - ?$

94. Интегралды есептең.  $\int_{AB} (x+y) ds$ , бұнда  $AB$  - жазықтықтың  $A(0;2), B(2;0)$  нүктелерін тұтастыратын түзу сызық.

95. Интегралды есептең.  $\int_{AB} 4\sqrt[3]{x} - 3\sqrt{y} ds$ , бұнда  $AB$  -  $A(-1;0), B(0;1)$  нүктелерді біріктіретін түзу сызық кесіндісі.

96. Интегралды есептең.  $\iint_{(D)} (x^2 + y^2) dx dy$ , бұнда  $(D)$ - тараптары  $y = x, y = x + a, y = a, y = 3a$  ( $a > 0$ ) параллелограмнан құралған.

97. Интегралды есептең.  $\iint_{x^2+y^2 \leq 1} (x^2 + y^2) dx dy$

98.  $\iint_{(D)} xy^2 dx dy$ ,  $(D)$ - облыс  $y^2 = 2px$  парабола және  $x = \frac{p}{2}$  ( $p > 0$ ) сызықтармен шектелген.

99. Функционалдық қатардың жинақталу облысын табың.  $\sum_{n=1}^{\infty} (5 - x^2)^n$

100. Функционалдық қатардың абсолют жинақталу облысын табың.  
 $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n}{3} \ln\left(1 + \frac{x}{n}\right) \right]^n$

101. Қатарды жинақтылыққа тексерің.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! a^n}{n^n}$ ,  $a \neq e, a > 0$

102. Дәрежелік қатарының жинақталу радиусы мен жинақталу интервалын

табың.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^{\sqrt{n}}}$

103. Қатарды жинақтылыққа тексерің.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!!}{3^n \cdot n!}$

104. Функционалдық қатардың абсолют жинақталу облысын табың.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \left( \frac{2x-3}{4} \right)^n$$

105. Функционалдық қатардың қосындысын табың.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{[(n-1)x+1](nx+1)}, (0 < x < +\infty)$$

106. Қатарды жинақтылыққа тексерің.  $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n} \left( \frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$

107. Функционалдық тізбектің шектік функциясын табың.

$$f_n(x) = nx^2 \sin \frac{x}{n}, -\infty < x < +\infty$$

108. Функционалдық қатардың абсолют жинақталу облысын табың.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{x^2}{n} + x \right)^n$$

109. Функционалдық қатардың абсолют жинақталу облысын табың.

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^{\ln x}}$$

110. Функционалдық қатардың абсолют жинақталу облысын табың.  $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\ln x^2}$

111. Дәрежелік қатарының жинақталу радиусы мен жинақталу интервалын

табың.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{(n+1)5^n}$

112. Дәрежелік қатарының жинақталу радиусы мен жинақталу интервалын

табың.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$

113. Дәрежелік қатарының жинақталу радиусы мен жинақталу интервалын

табың.  $\sum_{n=1}^{\infty} n! x^n$ .

114. Дәрежелік қатарының жинақталу радиусы мен жинақталу интервалын

табың. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2n+1}$$

115. Дәрежелік қатарының жинақталу радиусы мен жинақталу интервалын

табың. 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n+4}{5n+7} \right)^n x^n$$

116. Функционалдық тізбектің шектік функциясын табың.

$$f_n(x) = n[\ln(x+n) - \ln n]$$

117. Функционалдық тізбектің шектік функциясын табың.

$$f_n(x) = \left( \frac{n+x}{n-x} \right)^n, \quad -\infty < x < +\infty$$

118.  $y'' - 16y = 0$  теңдеудің жалпы шешімін табың.

119.  $x(y^2 + 1)dx + y(x^2 + 1)dy = 0$  теңдеуінің жалпы интегралын табың.

120. Облыстың сызбасын сызың.  $1 < |z-1| < 3$

121. Облыстың сызбасын сызың.  $\operatorname{Im} \frac{z}{1+i} > 0$

122. Облыстың сызбасын сызың.  $|z+i| = |z-i|$

123. Облыстың сызбасын сызың.  $|z+1| + |z-1| = 4$

124. Облыстың сызбасын сызың.  $\operatorname{Re} \frac{1}{z} < 1$

125. Облыстың сызбасын сызың.  $|z| > 1 - \operatorname{Re} z$